T H E S E

présentée

A LA FACULTE DES SCIENCES DE L'UNIVERSITE DE PARIS

pour obtenir le titre de Docteur-Ingénieur

par Alain de LAMAZIERE

- GESTION DES STOCKS

- APPLICATIONS ELEMENTAIRES DU CALCUL DES PROBABILITES

- DEFINITION D'UNE POLITIQUE GENERALE ET DE POLITIQUES D'EXCEPTION POUR LES PROBLEMES A QUATRE NIVEAUX.

Soutenue le 4 Mai 1966 devant la Commission d'Examen :

Président

Monsieur DESTOUCHES

Examinateurs

Monsieur FORTET
Monsieur VILLE

T H E S E

présentée

A LA FACULTE DES SCIENCES DE L'UNIVERSITE DE PARIS

pour obtenir le titre de Docteur-Ingénieur

par Alain de LAMAZIERE

- GESTION DES STOCKS

- APPLICATIONS ELEMENTAIRES DU CALCUL DES PROBABILITES

- DEFINITION D'UNE POLITIQUE GENERALE ET DE POLITIQUES D'EXCEPTIONS POUR LES PROBLEMES A QUATRE NIVEAUX.

Soutenue le 4 Mai 1966 devant la Commission d'Examen :

Président

Monsieur DESTOUCHES

Examinateurs

Monsieur FORTET
Monsieur VILLE

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

SOMMAIRE

Page

INTRODUCTION 1

Ière PARTIE

CHAPITRE 1 - PROBLEMES A QUATRE NIVEAUX -

A - Circuits des Matériels 5

B - Phénomènes aléatoires 8

C - Consommations aléatoires 10

D - Livraisons aléatoires 12

E - Réparations aléatoires 13

F - Stocks physiques et ressources 14

G - Critères de choix 15

CHAPITRE 2 - RECHERCHE D'UNE SOLUTION -

A - Quand commander et combien ? 16

B - Relations entre le Dépôt Principal et les Dépôts Secondaires 17

C - Relations entre le Dépôt Principal et le Fournisseur 19

D - Recherche d'une solution plus complète 21

IIème PARTIE

CHAPITRE 1 - MODELE MATHEMATIQUE DES CONSOMMATIONS ET CALCUL DES PROBABILITES DE RUPTURES DE STOCKS

A - Ruptures de Stocks 22

B - Essentialité d'un matériel 23

C - Sécurité à la consommation 24

D - Niveaux minimum de ressources 36

E - Détermination de la quantité économique à commander et de la probabilité de rupture de stock correspondante 41

CHAPITRE 2 - GESTION DES STOCKS :
. POLITIQUE GENERALE
. POLITIQUE D'EXCEPTION

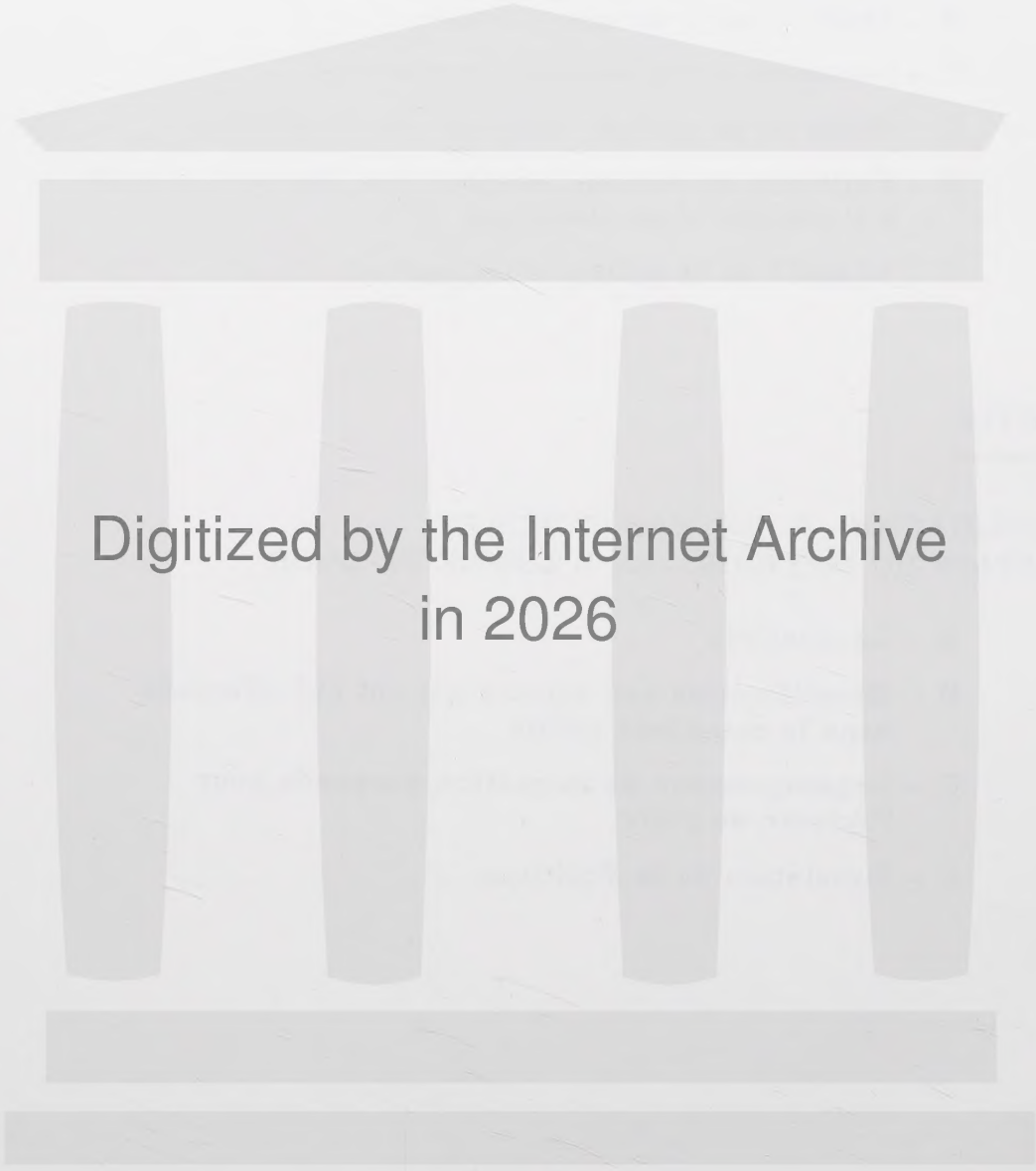
	Page
A - Généralités	43
B - Etude d'une politique normale	44
C - Demande exceptionnelle de matériel	48
D - Etude de la gestion dans les cas de pénurie	51
E - Politique de récomplètement des ERS et de l'ERP à l'arrivée d'une livraison	65
F - Résumé de la politique de gestion	69

IIIème PARTIE

APPLICATION A UN CAS CONCRET
GESTION DU MATERIEL DE L'ARMEE DE L'AIR

A - Généralités	83
B - Simplification des calculs qui ont été effectués dans la deuxième partie	87
C - Organigramme de la gestion proposée pour l'Armée de l'Air	89
D - Simulation de la Politique	90

° ° °


Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41544322_0008

INTRODUCTION

La gestion des stocks est devenue un problème fondamental dans toutes les grandes entreprises de production, de distribution, et plus généralement dans les entreprises consommant du matériel, réparable ou non.

Le problème de la gestion des stocks a été abordé par de nombreux chercheurs et ingénieurs, mais en fait, ils n'ont obtenu de solutions, non empiriques, qu'après avoir admis certaines hypothèses simplificatrices et avoir restreint le problème.

D'autre part, le plus souvent, les études mathématiques qui ont été faites sur la gestion des stocks ont presque uniquement été orientées vers la définition d'un modèle mathématique représentatif de la consommation.

- Seul le problème à trois niveaux (par exemple : producteur, entrepôt, consommateur), sous réserve d'un des deux groupes d'hypothèses ci-dessous, a reçu des solutions complètes.

Premier Groupe :

- La consommation est parfaitement connue (non aléatoire) ou tout-au-moins peut être déterminée en fonction des paramètres des politiques choisies pour l'ensemble du système.

- Le coût d'une commande, le coût de stockage d'un matériel, le coût d'une rupture de stock (ou un taux de sécurité), l'intérêt du marché, sont des données.

Deuxième Groupe

- La consommation est aléatoire

- Le nombre d'articles consommés par unité de temps est élevé ; on peut alors appliquer la loi des grands nombres, et par suite la consommation aura donc une distribution d'allure Gaussienne autour d'une certaine moyenne parfaitement déterminée à un instant donné ; dans un tel problème, on se donne généralement la moyenne et la variance.

- Le coût d'une commande, le coût de stockage, le coût de rupture de stock (ou le taux de sécurité), l'intérêt du marché, sont des données.

- Dans le premier cas, une solution mathématique assez rapide donne la quantité à commander pour chaque commande : (E. O. Q. = economic order quantitie) d'où, par suite, le nombre de commandes par unité de temps (périodicité).

- Dans le deuxième cas, plus complexe, on obtient, suivant que l'on considère une solution à commandes de quantité constante et à périodes variables ou, au contraire, une solution à commandes effectuées à dates déterminées, mais de quantités variables : les niveaux de réapprovisionnement et recomplètement ou bien le niveau moyen lors d'une commande, les quantités ou les dates de commande.

Le problème à quatre niveaux (par exemple : producteur - entrepôt principal - entrepôt secondaire - consommateur) n'a été que très peu abordé : pour la résolution d'un tel problème on considérait encore comme vrai l'un des deux groupes d'hypothèses énoncées ci-dessus.

La méthode employée jusqu'à maintenant pour la résolution de problèmes de ce type, consistait en l'application de méthodes de simulation (un exemple est donné par l'Armée de l'Air).

Dans cette étude, j'ai voulu traiter le problème sous sa forme la plus complexe, à savoir :

- un problème à quatre niveaux
- consommation aléatoire
- consommation faible pouvant être irrégulière
- comme critère économique : coût minimum (ou voisin du minimum) lorsqu'il peut être évalué, ou niveau de stock minimum pour un taux maximum donné de rupture de stock.

On ne peut, pour un tel problème, définir une solution optimale, cependant, l'application de quelques raisonnements basés sur des probabilités, m'a permis de construire une solution satisfaisante.

Cette thèse comprend quatre parties :

- la première est constituée d'un ensemble de généralités sur la gestion des stocks; on y définit également les problèmes qui seront traités ;

- la seconde est constituée de deux chapitres :

  dans le premier :
  J'ai rappelé les différentes méthodes et les différentes lois de distribution susceptibles d'être employées dans la détermination de la consommation, puis j'ai fait les calculs fondamentaux, nécessaires à la solution que j'ai envisagée, et qui portent essentiellement sur le calcul des probabilités de rupture de stock, des niveaux caractéristiques minimum, et des quantités à commander.

  dans le deuxième :
  Je définis une politique complète de gestion de stock ;

- la troisième est constituée de l'application pratique que j'ai conçue pour l'Armée de l'Air

- la quatrième est constituée des annexes auxquelles on fait appel tout au long de l'étude.

Le lecteur ne doit pas oublier que la gestion des stocks est essentiellement un problème pratique et que si l'on peut appliquer dans un tel problème des méthodes statistiques et le calcul des probabilités, il faut surtout définir une solution pratique.

On applique dans cette solution les résultats les plus simples obtenus dans l'analyse théorique. On verra dans l'application, effectuée pour le compte de l'Armée de l'Air, que la solution choisie, qui est de loin la plus complète et la plus complexe de toutes les politiques utilisées à ce jour, est encore simplifiée par rapport à la politique générale définie dans la deuxième partie de cette étude.

Pourquoi de telles simplifications ?

Cela tient au fait, d'une part, qu'il n'est pas question de traiter la gestion des stocks d'un ou deux matériels, mais de milliers, voire de dizaines ou de centaines de milliers de matériels ; d'autre part, on verra dans cette thèse que les calculs complets sont très longs. Certes, on doit utiliser un ordinateur de grande puissance, mais même dans ce cas on atteint vite une certaine limite.

En effet, le programme (ordinateur) de la politique simplifiée définie pour l'Armée de l'Air, programme que j'ai écrit, occupe presque toute la mémoire centrale de l'ordinateur IBM 7094, un des plus gros ordinateurs existants en France à l'heure actuelle.

La solution générale définie dans cette étude représente, je crois, une limite quasi infranchissable, du point de vue complexité, d'une solution pratique. Vouloir aller au delà, et en particulier, appliquer (si cela était possible) des calculs rigoureux, coûterait beaucoup plus cher que cela ne pourrait rapporter.

PREMIERE PARTIE

Ière PARTIE

CHAPITRE I

PROBLEMES A QUATRE NIVEAUX

A - Circuits des Matériels -

1 - Cadre Général -

On considère quatre niveaux :

- le fournisseur
- le dépôt central
- les dépôts secondaires
- les utilisateurs

Ces quatre niveaux ont en général des noms variables suivant la branche de l'économie à laquelle on s'intéresse.

On trouvera en annexes I et II, deux schémas correspondant aux deux cas possibles :

- le matériel considéré est un matériel dit "non réparable" ou encore "entièrement consommé". Un produit alimentaire, de l'épicerie par exemple, qui serait livré par un fournisseur à un dépôt d'un grand magasin à succursales qui lui-même redistribuerait ce produit aux succursales, qui elles-mêmes le revendraient à des consommateurs, constitue un exemple d'un tel matériel ;

- le matériel considéré est un matériel dit réparable (ou partiellement consommé).

Un altimètre, une hélice d'avion sont des matériels réparables. Il y a lieu de considérer, pour les matériels réparables, des taux de réparabilité. En effet, un matériel réparable peut être, ou bien réparé rapidement dans un petit atelier (on désignera cela par réparation 2ème échelon par analogie avec la terminologie militaire),

ou bien seulement réparable dans un atelier fortement équipé (on appellera cela réparation 4ème échelon), ou enfin ne peut être réparé (matériel trop détérioré).

Il y aura donc un taux t_1 de réparabilité 2ème échelon, un taux t_2 de réparabilité 4ème échelon, $1 - t_2 - t_1$ étant le taux de non réparabilité.

Toujours par analogie avec les termes employés dans l'armée, nous appellerons :

- Elément Utilisateur (en abbrégé EU) le consommateur du matériel ;
- Elément Ravitailleur Secondaire (en abbrégé ERS) le dépôt secondaire qui ravitaille des Eléments Utilisateurs ;
- Elément Ravitailleur Principal (ERP) ; le dépôt principal qui ravitaille les dépôts secondaires ;
- le 4ème niveau sera appelé suivant les cas, soit "l'Industriel" soit le "Fournisseur".

2 - Circuit des matériels non réparables -

Le circuit le plus général est représenté par un fournisseur, un ou plusieurs ERP, plusieurs ERS pour chacun des ERP.

En général, dans le cas de plusieurs ERP, chaque ERP correspond à une région géographique bien déterminée, et il n'y a pas de communication entre les ERP ; d'autre part, le plus souvent, le problème traité n'est défini que pour un seul dépôt central.

En conséquence, nous traiterons le cas :

- un ERP
- k ERS
- chaque ERS ravitaillant s_i EU (s_i étant connu ou non).

- Le circuit est caractérisé par la consommation C_i (i de 1 à k) par unité de temps pour chacun des ERS (C_i étant bien ou mal connu) ; il est caractérisé également par les conditions d'approvisionnement du fournisseur à l'ERP, par des délais d'approvisionnement : du fournisseur à l'ERP, de l'ERP aux ERS ; les EU étant considérés comme immédiatement servis par les ERS.

- Les stocks existants à l'ERP et aux ERS, sont également des grandeurs caractéristiques du système.

- Livraisons : on considère dans le calcul général qu'il existe pour l'approvisionnement de l'ERP aux ERS deux types de livraisons :

  . les livraisons normales (délai normal DN_i) ;
  . les livraisons exceptionnelles (délai exceptionnel DE_i) avec $DE_i < DN_i$

3 - Circuit des matériels réparables -

On considère également :

. un ERP
. k ERS
. chaque ERS ravitaillant s_i EU

Le circuit est caractérisé par : C_i , DN_i , DE_i , les conditions d'approvisionnement de l'ERP.

Il est également caractérisé par :

. $t_{1,\ i}$: taux de réparabilité au 2ème échelon pour l'ERS n° i
. $t_{2,\ i}$: taux de réparabilité au 4ème échelon pour l'ERS n° i
. $DR2_i$: délai de réparation 2ème échelon pour l'ERS n° i
. $DR4_i$: délai de réparation 4ème échelon

Toutes ces quantités peuvent être variables.

B - Phénomènes Aléatoires -

Lorsqu'on analyse les circuits des matériels réparables ou non, on s'aperçoit que dans la réalité la plupart des caractéristiques que l'on a définit dans le sous-chapitre précédent ne sont pas fixes. On peut définir pour chacune d'elles une moyenne (qui d'ailleurs peut elle-même varier au cours du temps) et une certaine loi de distribution autour de cette moyenne.

1 - Consommation de l'ensemble des EU d'un ERS -

L'unité de référence est l'ERS. En effet, sauf dans des cas particuliers, on ne peut analyser d'une façon valable la consommation de chacun des éléments utilisateurs.

On considère donc la consommation globale pour l'ERS n°. i, soit C_i cette consommation.

Prenons par exemple pour unité de temps le mois et considérons les consommations suivantes :

janvier	février	mars	avril	mai	juin	juillet
26	28	33	31	32	33	27
35	28	25	25	24	20	18

Dans le premier cas, la moyenne des consommations est 30, en examinant les écarts à cette moyenne, on s'aperçoit qu'ils sont inférieurs ou égaux à 4.

En conséquence, on peut estimer que la moyenne de la consommation a été constante durant ces 7 mois.

Dans le deuxième cas, la moyenne de la consommation est 25, mais si l'on examine les écarts, on s'aperçoit qu'ils sont très élevés (il y a un écart de 10 unités). En conséquence, on ne peut pas supposer que la moyenne de la consommation est constante durant les 7 mois. Il y a lieu de considérer qu'elle était environ de 30 unités par mois pour les mois de Janvier et Février, de 25 unités pour les mois de Mars et Avril, et de 20 unités environ pour les mois de Juin et Juillet.

Cette variation au cours du temps de la consommation moyenne doit être analysée afin de savoir s'il s'agit d'une variation provoquée par une tendance générale ou bien par un effet saisonnier.

Il y a lieu maintenant de considérer indépendamment de la variation au cours du temps de la moyenne, les effets de dispersion autour de cette moyenne (consommation aléatoire). On trouvera en annexe III des exemples de distribution autour d'une moyenne.

2 - Délais de livraison -

L'étude de ces délais est plus simple que l'étude des consommations. On peut considérer que l'on connait parfaitement (ou du moins d'une façon suffisamment précise), à tout instant, la moyenne de ces délais de livraison.

En effet, on connait les conditions des livraisons et on peut connaître les effets d'un changement de ces conditions.

Cependant, ces délais de livraison ne sont pas fixes et il y a lieu de considérer leur dispersion autour de leur moyenne.

3 - Délais de réparation -

De même que pour les délais de livraison, on connait assez bien, à tout moment, la moyenne des délais de réparation. On doit alors se préoccuper uniquement de la dispersion autour de la moyenne connue.

C - Consommations Aléatoires -

1 - Détermination de la moyenne -

Cette détermination de la moyenne est un des premiers problèmes de la gestion des stocks. Une des plus récentes études faites en France à ce sujet a été effectuée par les services de recherche opérationnelle de l'Armée de l'Air.

Deux systèmes d'estimation de la moyenne peuvent être retenus :

- le premier consiste tout simplement à faire, pour une période de longueur déterminée, la moyenne des consommations relevées (après correction s'il y a lieu, des effets saisonniers) ; on prend alors cette moyenne pour moyenne de base et on la corrige de nouveau pour tenir compte des effets saisonniers ;

- le deuxième consiste à faire un lissage exponentiel (voir figure et formules en annexe IV) des consommations relevées (après corrections des effets saisonniers). On corrige ensuite la moyenne trouvée pour tenir compte des effets saisonniers.
  On détaillera cette méthode dans le 2ème partie.

Ce deuxième système d'estimation a été presque universellement adopté. Cependant on doit remarquer que le lissage exponentiel est paramétré : coefficient α ce qui offre un grand éventail de possibilités dans cette estimation.

Si on prend par exemple $\alpha = 0,1$, on utilise un lissage fort (peu de variations).

Si on prend par exemple $\alpha = 0,4$, on fait un lissage faible (variations accentuées).

Remarque : Il existe un troisième système dans lequel on trouve à la fois la détermination de la moyenne et la distribution autour de cette moyenne ; ce système est dérivé de la méthode de Bayes ; on en reparlera dans la deuxième partie.

2 - Distribution autour de la moyenne -

La moyenne relevée n'est qu'une des caractéristiques de la consommation : il faut analyser de plus la distribution des consommations autour de cette moyenne.

Deux cas sont possibles :

- soit, on possède suffisamment d'informations (analyse directe) pour faire une analyse statistique valable et déterminer ainsi la courbe de distribution autour de la moyenne (nous donnerons dans la IIème partie, les méthodes mathématiques d'une telle analyse) ;

- soit on ne peut posséder ces informations (ce qui est le cas général), il faut alors adopter a priori une loi mathématique de distribution. Nous verrons également dans la II ème partie les lois mathématiques, a priori, utilisables.

D - Livraisons Aléatoires -

1 - Livraisons du fournisseur au dépôt central -

Dans le cas général, suite à un accord, le fournisseur promet de faire parvenir le matériel demandé à une date bien définie. (ou en d'autres cas, à le faire parvenir avant cette date).

En fait, pour des raisons multiples, il est fréquent que le fournisseur ne respecte pas la date de livraison (parfois il livre en avance, le plus souvent en retard).

L'expérience a montré que l'écart, tout en étant limité, variait d'une façon totalement aléatoire dans un certain domaine (distribution uniforme).

2 - Livraison du dépôt central au dépôt secondaire -

Le délai nécessaire pour un tel type de livraison peut se diviser en deux parties :

- une partie due aux délais administratifs (identiques pour tous les dépôts secondaires d'un même dépôt central) ;
- une partie due aux délais de transport, délais qui peuvent varier d'un dépôt secondaire à un autre.

Sauf dans des cas très particuliers où ces délais sont constants, on a constaté que pour un ERS donné la distribution de ces deux types de délais autour de la moyenne correspondait à une loi de Poisson. Comme la somme de deux variables poissoniennes indépendantes est elle-même variable poissonienne, les délais de livraison de l'ERP aux ERS suivent généralement une loi de Poisson.

E - Réparations Aléatoires -

Les délais de réparation peuvent toujours être considérés comme aléatoires. Après un choix judicieux d'une unité de temps (afin que le délai moyen de réparation soit de l'ordre de 10 unités de temps), on s'aperçoit que les délais de réparation suivent également d'une façon très satisfaisante la loi de Poisson.

Cependant dans le cas particulier où le délai moyen de réparation est très long (plusieurs mois), on a constaté que la distribution autour de la moyenne était une distribution de type uniforme.

F - Stocks physiques et ressources -

1 - Stocks physiques -

Le stock physique d'un entrepôt (que ce soit un ERP ou un ERS), pour un matériel donné, correspond aux disponibilités immédiates de cet entrepôt (pour ce matériel). C'est donc une caractéristique fondamentale d'un entrepôt. On dit qu'il y a rupture de stock lorsqu'une demande de m matériels est adressée à un entrepôt, alors que celui-ci ne possède que n matériels en stock avec n inférieur à m, on dira plus précisément qu'il y a une rupture de stock de m- n ou encore que le stock physique de l'entrepôt considéré est devenu négatif d'une quantité m - n.

2 - Ressources -

Il y a lieu de considérer outre le stock physique, les attentes en matériel d'un entrepôt (attentes qui peuvent provenir, soit de livraisons, soit d'un atelier de réparation en liaison directe avec l'entrepôt considéré) ainsi que les dus éventuels de l'entrepôt à d'autres entrepôts (dans le cas d'un ERP) ou aux éléments utilisateurs (dans le cas d'un ERS). On appellera ressources d'un entrepôt la somme de son stock physique, de ses livraisons en attente, de son attendu des ateliers de réparation, diminuée des dus aux éléments utilisateurs :

r = S. Phy. + L. att. + M.A. Rep. - dus

Les ressources d'un entrepôt sont fonction de la période considérée pour les attentes des livraisons et des matériels en réparation. On parlera par exemple de ressources à 15 jours, de ressources à 30 jours.

Ces ressources constituent également des caractéristiques fondamentales pour chacun des ERS.

G - Critères de Choix -

Lorsqu'on cherche une solution à un problème de gestion de stocks, on se trouve face à un certain nombre de choix :

- recherche du coût minimum
- recherche de la sécurité maximum
- recherche de la souplesse d'emploi

Lorsqu'on peut -(ce qui est très rare) chiffrer le coût d'une sécurité - ce qui revient à chiffrer le coût de rupture de stock - le critère d'optimisation peut être considéré comme unique : c'est le critère économique.

En fait, s'il est généralement relativement facile de chiffrer un coût de stockage d'un matériel (et encore, dans la plupart des cas on n'obtient qu'un coût très approximatif), il est généralement impossible d'estimer le coût de rupture d'un stock.

Les différents auteurs d'articles de vulgarisation sur la gestion des stocks aiment à parler de la quantité économique à commander qui est déduite de la courbe représentant le coût total (coût de stockage et coût de commande). En fait, cette commande économique n'est relativement valable que dans le cas d'une consommation entièrement connue - donc parfaitement sûre) et dans le cas où il n'y a aucune contrainte administrative et commerciale, soit avec le fournisseur, soit interne à l'entreprise elle-même (budget annuel par exemple, commandes à périodes fixes ...)

Le problème, en fait, est beaucoup plus complexe et comme la consommation est généralement aléatoire, il y a lieu de prendre le problème dans l'autre sens, c'est-à-dire obtenir au moins une certaine sécurité et, pour cette sécurité minimum, chercher le coût minimum lorsque cela est possible.

On s'aperçoit en général que lorsqu'on recherche une solution de plus en plus complète, la sécurité croît,dans un premier temps, beaucoup plus vite que le coût.

Pour certains types de problèmes, la solution peut être mixte, dans une même entreprise, pour une certaine catégorie de matériel, ce sera la sécurité qui sera le critère fondamental, tandis que pour d'autres catégories, ce sera le coût.

CHAPITRE II

RECHERCHE D'UNE SOLUTION

A - Quand commander et combien ?

La solution à cette question : quand commander et combien ? est le but de toute gestion de stock.

On considère souvent qu'on a le choix entre deux solutions :

- première solution :
  on commande des quantités fixes à dates variables

- deuxième solution :
  on commande à date fixe des quantités variables.

On assiste souvent à un conflit entre les partisans de chacune des deux solutions. Or, en fait :

- dans le problème à quatre niveaux, on verra qu'il y a lieu de considérer que la première solution est préférable dans les relations entre le dépôt principal et les dépôts secondaires, alors que la deuxième est préférable dans les relations entre le fournisseur et le dépôt central ;

- on verra aussi que lorsqu'on considère la première solution, en fait, on ne doit pas considérer une seule quantité fixe à commander, mais un certain nombre de quantités fixes qui dépendant de la situation générale de la gestion du matériel considéré, ce qui revient en fait à utiliser en même temps les deux solutions possibles.

B - Relations entre le Dépôt Principal et les Dépôts secondaires

Il y a lieu de différencier le matériel réparable des matériels entièrement consommés.

1 - Le matériel réparable -

Deux phénomènes doivent être pris en considération :

- les délais de livraison
- les délais de réparation

Il est évident que le stock physique du dépôt secondaire considéré doit au moins couvrir avec une certaine sécurité la consommation durant le plus long de ces délais.(1) Ces délais sont eux-mêmes aléatoires; on voit que l'étude de la sécurité peut être assez complexe.

Supposons que l'on trouve un niveau n comme stock minimum devant figurer dans l'entrepôt secondaire.(avant une commande)

On doit faire un calcul économique pour essayer de déterminer, en tenant compte du fait que la consommation est aléatoire, la quantité approximative qu'il est économique de commander.

On verra dans la deuxième partie, comment on calcule cette quantité que l'on désignera pas Q_i, le délai moyen entre deux commandes sera : (2)

$$\Delta_i = \frac{Q_i}{\lambda_i (1 - t_{l,i})}$$

($t_{l,i}$: taux de réparation 2ème échelon)
(λ_i : consommation par unité de temps)

On peut alors considérer la politique suivante :

- chaque fois que le stock physique du dépôt secondaire passe, en décroissant, par le niveau n, le dépôt secondaire passe une commande Q_i au dépôt central ;

---

(1) Ceci n'est plus nécessaire en régime permanent comme on le verra lorsqu'on considère les ressources.

(2) En effet la consommation de l'ERS par rapport à l'ERP n'est pas mais $\lambda_i (1 - t_{l,i})$

On voit que les commandes ne se feront pas à date fixe, mais cela n'a en principe aucune importance puisque il n'y a aucune contrainte a priori entre le dépôt secondaire et le dépôt central.

Le stock physique n'est pas la meilleure caractéristique pour le passage des commandes. En effet, on doit considérer :

- qu'il existe du matériel en réparation qui par conséquent va venir alimenter sous peu le stock physique du dépôt secondaire ;

- des livraisons en provenance du dépôt central sont en attente et vont, elles aussi, venir alimenter le stock physique du dépôt secondaire. On voit en conséquence que l'on doit considérer les ressources du dépôt secondaire comme indice de passage des commandes. On doit faire pour cet indice de nouveaux calculs de sécurité, en déduire un niveau n constituant des ressources minimum et appliquer la politique suivante : passer une commande Q_i au dépôt central lorsque les ressources r passent, en décroissant, par le niveau n.

2 - Matériel entièrement consommé -

Pour les matériels entièrement consommés, le problème se simplifie un peu (du moins en ce qui concerne les calculs) car on n'a plus à tenir compte des matériels en réparation.

Dans ce cas, comme dans le cas précédent, on doit considérer les ressources comme indice de passation de commande, on doit calculer la quantité économique approximative à commander et les resscurces minimum.

La politique à adopter est la même que dans le cas précédent.

C - Relations entre le dépôt principal et le fournisseur -

1 - Contraintes -

Généralement un fournisseur n'accepte pas qu'on lui commande à n'importe quelle date une certaine quantité de matériel. Cependant, il n'accepte pas non plus qu'on lui commande à date fixe des quantités trop variables d'une fois à l'autre.

Des contraintes budgétaires ou administratives imposent généralement à une Société ou à une administration publique ou militaire de passer des commandes annuelles, parfois semestrielles ou trimestrielles, les quantités commandées entrant dans la comptabilité de l'entreprise considérée et ne pouvant plus être modifiées.

2 - Solutions possibles -

La première solution correspond à une commande à date fixe, commande qui sera livrée à une date fixe (date, on l'a vu au chapitre précédent, qui n'était pas en général respectée), cette commande étant une commande d'une forte quantité (annuelle par exemple) ce qui permet en général d'obtenir des remises relativement importantes de la part du fournisseur.

La deuxième solution correspond à une commande à date fixe, commande qui sera livrée par fractions d'une façon échelonnée dans le temps, à dates généralement connues à l'avance, le fournisseur ne facturant que les fractions qu'il a livrées.

3 - Choix entre les deux solutions -

Lorsqu'on a le choix, ce qui n'est pas toujours le cas, entre les deux solutions, on doit tout d'abord essayer d'estimer le coût total du stock (coût de la commande et coût de stockage), en fonction des quantités commandées. On doit ensuite faire un calcul économique afin de choisir une solution. Cependant, il est généralement plus simple de se faire livrer à date fixe.

4 - Quantités à commander -

Les quantités à commander dépendront :

- des quantités totalement consommées dans chacun des ERS
- des quantités immobilisées en réparation 4ème échelon
- du temps séparant deux commandes consécutives
- de la quantité commandée la fois précédente.

Si on suppose que les consommations de chacun des ERS suivent une loi de Poisson, la consommation globale, elle aussi, suivra une loi de Poisson.

Nous appellerons Λ la consommation globale des ERS.
Nous estimerons cette consommation globale, pour la période future, au moyen d'un lissage exponentiel des consommations précédemment relevées.

D - Recherche d'une solution plus complète -

Nous n'avons fait que définir dans ce chapitre des schémas de solutions. Nous devons étudier une gestion plus fine dans le cadre d'une politique générale ; d'autre part, nous devons rechercher les politiques exceptionnelles à appliquer en cas de pénurie de matériel.

Les solutions que nous devons trouver seront donc plus complexes, aussi bien par les calculs qui seront effectués que par les différentes procédures qui seront mises en place. Nous devrons également étudier le problème de l'approvisionnement en matériel des différents entrepôts secondaires, en cas de pénurie, lors de l'arrivée d'une livraison au dépôt central.

D'autre part, on verra que les délais de livraison jouent un grand rôle dans la gestion des stocks, or ces délais sont fonction de l'emplacement des différents dépôts de matériel, et fonction des différentes tâches administratives à effectuer. Il n'est cependant pas question d'étudier dans cette thèse l'organisation matérielle détaillée de la gestion des stocks d'une entreprise, nous ferons donc intervenir ces délais de livraison uniquement comme des paramètres variables, toute variation de ces paramètres entraînant de nombreuses conséquences que nous étudierons sur les quantités de matériels à prévoir en stock.

DEUXIEME PARTIE

IIème PARTIE

CHAPITRE I

MODELE MATHEMATIQUE DES CONSOMMATIONS ET CALCUL DES PROBABILITES DE RUPTURES DE STOCKS

A - Ruptures de stocks -

On rappelle qu'il y a rupture de stock pour un ERS donné lorsqu'un de ses utilisateurs lui ayant adressé une demande de matériel, l'ERS considéré ne peut immédiatement satisfaire entièrement cette demande.

Une caractéristique fondamentale pour un matériel donné, dans un ERS donné, est la probabilité de rupture de stock, c'est-à-dire la probabilité a priori pour qu'un élément utilisateur adresse une demande qui ne puisse pas être satisfaite.

Une autre caractéristique est le nombre relatif de jours de rupture de stock (si on prend le jour comme unité de temps), c'est-à-dire si l'on prend l'année comme unité de référence, le nombre de jours par an durant lequel un ERS donné n'a pu satisfaire les demandes de ses éléments utilisateurs.

On appellera coût d'une rupture de stock, le coût de préjudice entraîné par le fait qu'une demande n'ait pu être satisfaite. Donnons un exemple : supposons que dans une base aérienne, il n'y ait plus de pneus en stock et qu'un des avions ait un pneu détérioré lors d'un atterrisage, le mécanicien de l'avion (élément utilisateur) adressera une demande au magasin de la base, demande qui ne pourra pas être satisfaite. En conséquence, l'avion sera immobilisé au sol et le coût de la rupture de stock sera le coût d'immobilisation d'un avion.

B - Essentialité d'un matériel -

Il existe une relation immédiate entre l'essentialité d'un matériel et le risque qu'on accepte de courir en admettrant a priori une certaine probabilité de rupture de stock pour ce matériel.

On peut tout d'abord considérer le matériel indépendamment de tout autre matériel :

- soit $p_{i,j}$ la probabilité de rupture de stock du matériel i pour l'ERS j
- soit $k_{i,j}(p_{i,j})$ le coût pour obtenir la probabilité p_i pour l'ERS j
- soit $K_{i,j}$ le coût de la rupture de stock pour l'ERS j.

Pour optimiser, il faudra déterminer $p^o_{i,j}$, de façon que l'on ait $K_{i,j}\, p^o_{i,j} + k_{i,j}(p^o_{i,j})$ minimum (voir figure V en annexe).

L'essentialité d'un matériel sera caractérisé par cette probabilité $p^o_{i,j}$

En fait, un matériel fait généralement partie d'un ensemble (par exemple les pièces d'un avion), la rupture de stock d'une des pièces essentielles entraînant l'arrêt du fonctionnement de l'ensemble.

- soit $p_{i,j}$ la probabilité de rupture de stock du matériel i pour l'ERS j
- soit $k_{i,j}$ le coût pour obtenir la probabilité p_i pour l'ERS j
- soit K_j le coût de l'arrêt du fonctionnement de l'ensemble
- soit n le nombre de matériels faisant partie de l'ensemble.

La probabilité pour que l'ensemble ne puisse plus fonctionner est :

$$P_j = 1 - \prod_{i=1}^{i=n} (1 - p_{i,j})$$

Le coût probable dû aux arrêts de fonctionnement est : $K_j \cdot P_j$
Le coût global pour obtenir chacune des quantités $p_{i,j}$ est :

$$\sum_{i=1}^{i=n} k_{i,j}(p_{i,j})$$

Il s'agit donc de minimiser $K_j \cdot P_j + \sum_{i=1}^{i=n} k_{i,j}(p_{i,j})$

En cherchant un minimum, on détermine ainsi les probabilités $p^o_{i,j}$: essentialité de chacun des matériels i pour l'ERS j.
Cette recherche d'un minimum approché peut être rendue impossible lorsqu'on connaît mal le coût d'un arrêt de fonctionnement de l'ensemble ou les coûts $k_{i,j}(p_{i,j})$.

C - Sécurité à la consommation -

1 - Etude Théorique

Dans ce paragraphe, je rappelle les modèles mathématiques classiques susceptibles d'être utilisés. Je ne prendrai dans l'application qu'un modèle simple généralement suffisant. Dans certains cas cependant, on pourrait être obligés de prendre un modèle plus complexe.

a) Fonctions de survie

Soit la fonction F (t) telle que 1 - F (t) soit la loi de répartition des intervalles entre les consommations enregistrées au cours d'une période d'observation (infiniment longue). F (t) est une fonction de survie.

L'espérance mathématique : $- \int_0^\infty t\, F'(t)\, dt$ est la vie moyenne

et le rapport $\tau(t) = - \frac{F'(t)}{F(t)}$ ou F' (t) est la dérivée de F (t)

définit le taux de consommation instantanée à l'âge t.

Nous pouvons déduire de la fonction de survie le nombre de consommations durant un intervalle donné :

soit $L(x) = \int_0^\infty e^{-tx} F(t)\, dt$ la transformée de Laplace de F (t)

Alors la probabilité $F_n(t)$ d'avoir n consommations entre la date 0 et la date t a pour transformée $L_p(x) = \left[1 - xL(x)\right]^n L(x)$

Le nombre moyen de consommations N (t) a pour transformée de Laplace $L_N(x) : \frac{1}{x^2 L(x)} - \frac{1}{x}$

Les fonctions de survie théoriques les plus utilisées sont :

- loi exponentielle
- loi linéaire
- loi de Weibull
- loi hyper exponentielle

- Fonction de survie exponentielle

Elle correspond à un taux de consommation instantané constant, indépendant de l'âge du matériel. Ceci correspond donc à un nombre de cnnsommations obéissant à une loi de Poisson.

La fonction de survie s'écrit : $F(t) = e^{-\tau t}$

La probabilité $P_n(t)$ d'avoir n consommations entre la date 0 et la date t s'écrit :

$$F_n(t) = \frac{(\tau t)^n}{n!} e^{-\tau t}$$

- Fonction de survie linéaire

On considère un intervalle (C, T) tel que lorsque t se rapproche de T le taux de consommation tend vers l'infini.

La fonction de survie s'écrit :

$$F(t) = 1 - \frac{t}{T} \quad (t < T)$$

On a d'autre part :

$$\tau(t) = \frac{1}{T - t}$$

et $$N(t) = e^{\frac{t}{T}} - 1$$

- Fonction de survie suivant la loi de Weibull

On considère un taux de consommation qui croît de manière régulière (croissante linéaire ou parabolique). La fonction de survie s'écrit :

$$F(t) = e^{-a(t-b)^c} \qquad (a, b, c, = \text{constantes})$$

On a d'autre part :

$$\tau(t) = a c (t - b)^{c-1} \qquad (t \geqslant b)$$

- Fonction de survie hyper exponentielle

Cette loi correspond à un mélange de deux populations exponentielles.

La fonction de survie s'écrit :

$$F(t) = P_1 e^{-\tau_1 t} + p_2 e^{-\tau_2 t}$$

$$P_1 + P_2 = 1$$

τ_1 et τ_2 sont constants et sont les taux de consommation des deux populations

b) Schémas théoriques de distribution

Nous allons étudier cinq lois mathématiques qui définiront des distributions statistiques de consommation.

- Distribution uniforme :

On peut approcher la consommation par une distribution uniforme autour de la moyenne (voir figure VI en annexe). Ceci revient à dire sur le plan pratique, que l'on ne connait que le domaine de variation de la consommation, et que tous les points du domaine sont équivalents.

- Loi de Poisson :

Cette loi de Poisson est la loi généralement adoptée pour les consommations faibles, elle est justifiée d'une part par l'expérience, d'autre part sur le plan théorique, en effet :

. la courbe représentant la loi de Poisson (voir figure en annexe) représente presque toujours d'une façon très satisfaisante les distributions qui ont pu être observées ;

. sur le plan théorique, il est naturel de penser que si la moyenne de consommation pour l'ERS n° i est λ_i fini par unité de temps, durant un temps très court dt, la probabilité pour qu'il y ait un matériel consommé, soit λ_i dt.

Accepter cette hypothèse revient à dire que la consommation suit une loi de Poisson et que par conséquent la probabilité pour qu'il y ait n matériels consommés durant un temps t est :

$$P(n) = \frac{(\lambda_i t)^n e^{-\lambda_i t}}{n!}$$

- Distribution Gaussienne tronquée

$$P_n = \frac{1}{\sigma\sqrt{2n}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{n-\lambda}{\sigma}\right)^2}$$

Pour les fortes consommations, il y a lieu de ne considérer, non plus une loi Poisson, mais la loi limite, c'est-à-dire une distribution Gaussienne autour de la moyenne en n'oubliant pas de tronçonner la partie négative de la courbe.

Dans ce cas, nous retrouvons aussi une justification expérimentale et une justification théorique :

. expérimentale :

Les nombreuses statistiques qui ont été effectuées pour des consommations fortes montrent qu'effectivement une distribution Gaussienne tronquée est une très bonne représentation des phénomènes réels ;

. théorique :

Si l'on admet l'hypothèse Poissonienne pour les faibles consommations comme vraie, en passant à la limite pour les fortes consommations, on trouve une distribution de Gauss.

- Loi binomiale

Si N matériels sont en stock au début d'une période donnée, si chaque matériel a la probabilité d'être consommé pendant la période considérée, le nombre n de matériels consommés à la fin de la période suit la distribution statistique :

$$p(n) = C_N^n \lambda_i^n (1 - \lambda_i)^{N-n}$$

- Loi binomiale négative

Les Américains ont essayé une nouvelle forme de prévision, appelée loi binomiale négative (application de la formule de Bayès) et, qui d'après eux, serait pour les faibles consommations plus précise que le processus poissonien, de moyenne donnée. En fait, l'amélioration apportée par l'utilisation de cette loi est loin d'être prouvée. De toute façon, l'amélioration possible est infiniment petite par rapport aux imprécisions dues aux autres phénomènes aléatoires qui sont pris en compte dans la gestion des stocks; par suite, on peut considérer qu'il est préférable d'utiliser la loi de Poisson qui a l'avantage d'être une loi très simple ne dépendant que d'un paramètre.

c) Méthode d'ajustement d'une loi théorique aux données expérimentales

Une telle méthode d'ajustement n'est possible que si l'on dispose de données statistiques suffisantes. Les informations ayant été recueillies et dépouillées, nous voulons leur substituer une loi théorique, cette loi étant, dans la mesure du possible, ajustée aux observations effectuées.

L'ajustement peut être effectué par une des trois méthodes suivantes :

- égaler les paramètres de la loi théorique (moyenne, moments) aux paramètres caractéristiques déduits des observations ;

- rendre minimum l'écart entre la courbe représentative de la loi théorique et la courbe représentative des observations ; pour cela on applique la méthode des moindres carrés. Cette méthode est généralement assez longue ;

- si les observations sont peu nombreuses, en sait que l'estimation des paramètres caractéristiques de la distribution des consommations est imprécise, on peut appliquer une méthode dite "méthode de Bayès".

d) Méthode de Bayes :

Dans cette méthode, on essaye de tenir compte des incertitudes que l'on a sur les paramètres cractéristiques (moyenne, moments d'ordre 2, 3, ... n)

- soit m_1, m_2 ... m_n les moments d'ordre 1, 2, 3, ... n

- si l'on considère que m_1, m_2 ... m_n sont connus avec certitude, la loi de probabilité caractéristique du matériel s'écrirait Pr (x, si m_1, m_2 ... m_n) , la forme mathématique générale de cette loi étant a priori indépendamment des observations faites ;

- Des expériences précédentes nous permettent cependant de préciser le domaine de variation des paramètres m_1, m_2... m_n sous forme d'une densité de probabilité, a priori, Pr (m_1, m_2... m_n)

La probabilité d'observer l'évènement x (consommation) est alors donnée par l'expression :

$$(1)\quad Pr(x) = \iint_{m_1,\, m_2 \ldots m_n} \ldots \; Pr(m_1, m_2 \ldots m_n) \,.\, Pr(x \text{ si } m_1,\, m_2 \ldots m_n)$$

$$\ldots\, dm_1,\, dm_2,\, dm_3 \ldots dm_n$$

L'intégrale multiple d'ordre n étant étendue à tout le domaine des variations des paramètres $m_1,\ m_2 \ldots m_n$

On effectue des observations et un évènement x_o est enregistré.

On applique alors la formule de Bayes :

$$(2)\quad Pr(m_1,\, m_2 \ldots m_n \text{ si } x_o) = \frac{Pr(m_1, m_2 \ldots m_n)\ Pr(x_o \text{ si } m_1, m_2 \ldots m_n)}{Pr(x_o)}$$

et on remplace $Pr(x_o)$, probabilité a priori de l'évènement x_o par la formule donnée ci-dessus (1) et on obtient :

$$(3)\quad Pr(m_1,\, m_2 \ldots m_n \text{ si } x_o) = \frac{Pr(m_1,\, m_2 \ldots m_n)\ Pr(x_o \text{ si } m_1,\, m_2 \ldots m_n)}{\int \ldots \int_{m_1, m_2 \ldots m_n} Pr(m_1, m_2 \ldots m_n)\ Pr(x_o \text{ si } m_1, m_2 \ldots m_n)\, dm_1, dm_2 \ldots}$$

On peut maintenant changer la nouvelle densité de probabilité des paramètres $m_1,\ m_2 \ldots m_n$, en prenant en considération le résultat exprimé dans l'équation ci-dessus (3).

On remplace dans l'équation (1) $Pr(m_1, m_2 \ldots m_n)$ par $Pr(m_1, m_2 \ldots m_n, \text{ si } x_o)$.

Le raisonnement peut être renouvelé si de nouvelles observations sont possibles. On obtient pour les observations $x_o,\ x_1 \ldots x_r$ indépendantes, la densité de probabilité de la prévision x :

$$Pr(x \text{ si } x_o, \ldots x_r) = \frac{\iint_{m_1, m_2 \ldots m_n} \ldots \quad Pr(x_o \text{ si } m_1 \ldots)\ Pr(x \text{ si } m_1 \ldots)}{\iint_{m_1, m_2 \ldots m_n} Pr(x_o \text{ si } m_1 \ldots)\ Pr(x_2 \text{ si } m_1 \ldots)}$$

$$\ldots\ldots \qquad \frac{Pr(x \text{ si } m_1,\, m_2 \ldots)\, dm_1,\, dm_2 \ldots}{Pr(x \text{ si } m_1,\, m_2 \ldots)\, dm_1,\, dm_2 \ldots}$$

La méthode de Bayes fait la synthèse entre des informations a priori et les résultats d'observation. Elle permet donc une révision continue de l'approvisionnement en tenant compte des consommations observées. Cependant on voit que cette méthode est assez lourde. Le processus de décision n'est vraiment utilisable en pratique que si les modèles mathématiques demeurent stables, c'est-à-dire si la distribution

$$Pr\ (x \text{ si } x_o,\ x_1 \ldots x_r)$$

donnée sous une expression mathématique générale garde la même forme quel que soit r.

Ceci est en particulier le cas lorsqu'on suppose que la connaissance a priori de $Pr\ (m_i)$ suit une loi normale, si le processus $Pr\ (x_i \text{ si } m_i)$ est un processus, la prévision $Pr\ (x \text{ si } x_o)$ suit alors une loi normale.

De même si l'on a affaire à un processus poissonien, on peut employer la formule de Bayes et les prévisions suivent une loi binomiale négative (qui, on le rappelle, a été essayée aux Etats-Unis).

2 - Schéma pratique -

a) Consommation

- On appelle λ_i, la moyenne de la consommation par unité de temps pour l'ERS n° i.

Nous allons, dans notre étude, nous intéresser uniquement aux consommations faibles ($\lambda_i \leq 15$ environ). Nous prendrons comme loi mathématique de distribution, la loi de Poisson. En effet, cette loi a le mérite d'être très simple (un seul paramètre) et d'approcher d'une façon très satisfaisante les phénomènes réels.

Le problème est donc de déterminer ce paramètre λ_i de la loi.

Comme on l'a brièvement indiqué dans la première partie, on doit tout d'abord éliminer (s'il y a lieu) les variations dues aux facteurs saisonniers. On obtiendra ainsi une consommation nette.

On va appliquer la méthode du lissage exponentiel (revoir la figure en annexe IV).

Soit $c_{i,n}$ la consommation nette observée durant la dernière période (rapportée à l'unité de temps).

Soit $\lambda_{i,n}$ la consommation qui avait été prévue, on écrit alors :

(1) $\lambda_{i,n+1} = \lambda_{i,n} + \alpha(c_{i,n} - \lambda_{i,n}) \quad 0 \leq \alpha \leq 1$

$\lambda_{i,0} = a_0$

Une étude de simulation faite par l'Armée de l'Air a montré que l'on avait intérêt pour les dépôts secondaires, à prendre un lissage fort : $\alpha = 0,2$

Remarque :
On peut trouver sous une autre forme la formule du lissage exponentiel :

(2) $\lambda_{i,n+1} = c_{i,n} + \beta(\lambda_{i,n} - c_{i,n})$

Le coefficient β que l'on trouve dans cette formule est égal au coefficient $1 - \alpha$ qui figure dans la formule (1) (on le vérifie immédiatement).

Explicitons la méthode du lissage exponentiel : la formule (1) peut s'écrire :

$$\lambda_{i,n+1} = c_{i,n} + (1-\alpha)\,\lambda_{i,n} \quad \text{d'où}$$

$$\lambda_{i,n+1} = c_{i,n} + (1-\alpha)\left[\alpha\, c_{i,n-1} + (1-\alpha)\,\lambda_{i,n-1}\right] \quad \text{d'où par récurrence}$$

$$\lambda_{i,n+1} = \alpha\left[c_{i,n} + (1-\alpha)\,c_{i,n-1} + (1-\alpha)^2\, c_{i,n-2}) \ldots\ldots + (1-\alpha)^n \lambda_{i,1}\right]$$

On voit donc que :

- si $c_{i,j}$ est constant quel que soit j, on retrouve bien $\lambda_{i,j} = c_{i,j}$
- que l'on tient compte de toutes les observations qui ont été faites en donnant un poids décroissant 'coefficient $(1-\alpha)^6$ au fur et à mesure que l'on s'éloigne dans le passé.

- La méthode du lissage exponentiel bien que très satisfaisante ne peut donner un résultat parfaitement exact, soit alors c_i la moyenne exacte de la consommation durant la période future, et λ_i la moyenne prévue.

Posons : $c_i = (1+\varepsilon)\,\lambda_i$ ε étant généralement petit.

Soit $P_{1,n}$ la probabilité pour qu'il y ait plus de n consommations durant un temps t, en considérant comme moyenne la moyenne prévue λ_i.

Soit $P_{2,n}$ la probabilité pour qu'il y ait plus de n consommations durant un temps t, en considérant comme moyenne la moyenne prévue c_i.

On a :

$$P_{1,n} = \frac{(\lambda_i t)^n\, e^{-\lambda_i t}}{n!} \qquad P_{2,n} = \frac{(c_i t)^n\, e^{-c_i t}}{n!}$$

d'où :

$$P_n = P_{2,n} - P_{1,n} = \frac{(1+\varepsilon)^n \lambda_i{}^n t^n\, e^{-(1+\varepsilon)\lambda_i t} - \lambda_i{}^n t^n\, e^{-\lambda_i t}}{n!}$$

$$\Delta P_n = \frac{\lambda_i{}^n t^n\, e^{-\lambda_i t}}{n!}\left[(1+\varepsilon)^n\, e^{-\varepsilon\lambda_i t} - 1\right]$$

$$\frac{\Delta P_n}{P_n} = (1+\varepsilon)^n\, e^{-\varepsilon\lambda_i t} - 1$$

La différence $|\Delta P_n|$ relativement faible (voir les figures et exemples en annexes VII et VIII) pour ε petit, peut devenir très considérable lorsque ε croît.

Il est donc utile d'estimer a priori et de prendre comme consommation moyenne une consommation légèrement supérieure à la consommation prévue par le lissage exponentiel. En prenant par exemple λ_i (appliqué) $= \left(1 + \frac{\varepsilon}{2}\right) \lambda_i$ (calculé) on se garantit une certaine marge de sécurité.

b) Sécurité à la consommation :

On veut une sécurité q_i à la consommation, c'est-à-dire avoir en stock un nombre n de matériels tel que la probabilité pour que la consommation soit supérieure à ce nombre n soit inférieure à $1 - q_i$

On détermine ce nombre n à l'aide d'une table de la loi de Poisson.

Cependant, on rappelle que l'on ne considère pas à un entrepôt le stock physique comme caractéristique, mais les ressources. Si l'on considère n_i comme ressource, et non plus comme stock physique, la probabilité pour que la consommation soit supérieure à n_i n'est plus $1 - q_i$. En conséquence, on préfère exprimer le niveau de ressource d'une autre façon :

$n_i = \overline{E}\ (\lambda_{i\,d_i} + a_i \sqrt{\lambda_{i\,d_i}})$ où

$\overline{E}$ est la fonction $\overline{E}(x) = \begin{cases} x \text{ si } x \text{ entier} \\ \text{partie entière de } x + 1 \text{ si } x \text{ non entier} \end{cases}$

$d_i = \text{Max.}\ (DR2_i, \Delta_i)$

λ_i est la moyenne de la consommation

$\sqrt{\lambda_i}$ est l'écart type

a_i représente un coefficient qui dépend de q_i et de l'ensemble des paramètres de la gestion.

Par exemple, si on prend $a_i = 2$, la sécurité de la consommation par rapport aux ressources est d'environ 98 %.

Remarque =
On verra plus loin que la formule à employer pour les matériels réparables est : $n_i = \overline{E}(\lambda_{c,i\,d_i} + a_i \sqrt{\lambda_{c,i\,d_i}}) + \overline{E}(s_m)$

avec $\lambda_{c,i} = (1 - t_{I,i})\lambda_i$ s_m nombre moyen de matériels réparation 2ème échelon

c'est-à-dire que l'on prend comme consommation, la consommation de l'ERS par rapport à l'extérieur.

On voit donc que l'on peut modifier a_i, ce qui revient à modifier la sécurité de la consommation. a_i sera alors un paramètre fondamental.

Cette représentation du niveau des ressources est justifiable lors que λ_i est encore relativement assez grand, malheureusement, cette méthode de calcul n'est plus très justifiable lorsque λ_i est très faible ($\lambda_i \leq 0,5$) ou même faible ($\lambda_i <$ 1 ou 2).

Du point de vue gestion, il est évidemment impossible de raisonner en fraction de matériel : les 2/5e d'un pneu n'ont aucune signification, et économiser 0,1 pneu n'a, non plus, aucune signification.

Il faut donc raisonner en nombres entiers, or pour λ_i petit, on est par cette méthode obligés de considérer des fractions de matériels et par suite les calculs effectués nécessairement par l'intermédiaire de la fonction E ne correspondrait plus à rien...

Du point de vue mathématique, la loi des déposes est une loi discrète, c'est-à-dire par points ou encore une dépose a lieu ou n'a pas lieu, on ne peut donc envisager une loi continue.

Toutefois, pour λ_i suffisamment grand (> 2), les points du plan : nombre de déposes, probabilités de ce nombre, sont suffisamment rapprochés pour imaginer une courbe continue les reliant, d'où une justification du calcul par la formule $\lambda_i + a_i \sqrt{\lambda_i}$ tandis que pour λ_i petit cela est sans signification (voir figure en annexe IX).

Par conséquent, pour λ_i inférieur à 2, il faut revenir au calcul par l'intermédiaire de tables.

Raisonnons par rapport aux consommations, si l'on veut une sécurité q_i ou encore que la probabilité, pour que la consommation soit supérieure à n_i, soit inférieure à $1 - q_i$:

$$p_i = \sum_{m = n_i + 1}^{\infty} \frac{(\lambda_i d_i)^m e^{-\lambda_i d_i}}{m!} \leq 1 - q_i \quad \text{ou encore}$$

$$1 - \sum_{m'=0}^{m' = n_i} \frac{(\lambda_i d_i)^{m'} e^{-\lambda_i d_i}}{m'} \leq 1 - q_i \quad \text{ou encore}$$

$$\sum_{m'=0}^{m' = n_i} \frac{(\lambda_i d_i)^{m'} e^{-\lambda_i d_i}}{m'} \geq q_i$$

d'où pour les différentes valeurs de λ_i une table des stocks physiques n (voir annexe X)

Remarque :

Pour λ_i très très petit (par exemple un matériel par an), on trouve pour $q_i = 0,02$ (2 %), et $d_i = 1$ mois, $n = 1$,

On voit donc que l'on est obligés de garder en stock un matériel qui n'est pratiquement jamais consommé. Il est peut-être plus avantageux alors d'accepter a priori une rupture de stock d'une durée égale au délai de livraison de l'entrepôt central aux dépôts secondaires et de ne conserver aucun matériel en stock aux dépôts secondaires. Le choix d'une politique dépendra essentiellement du matériel considéré et du coût de sa rupture de stock.

D - Niveaux minimum de ressources -

On doit maintenant considérer que les dépôts secondaires représentent n matériels en magasin (stock physique), s matériels en réparation (si c'est du matériel réparable), ℓ matériels qui sont en transit entre le dépôt central et les dépôts secondaires (commandes en attente).

Les ressources r sont : $r = n + s + \ell$

On peut considérer également les ressources comptées pour un délai d_i, dans ce cas, s sera le nombre de matériels qui devraient en moyenne être réparés avant le délai d_i, et ℓ représenterait les matériels qui devraient arriver en moyenne à l'entrepôt avant le délai d_i.

Le calcul exact de la probabilité de rupture de stock pour un niveau de ressources r (pour un délai d_i), pour une consommation donnée, est extrêmement complexe et ne peut d'ailleurs être fait avec la seule connaissance (a priori) des quantités n, s, ℓ et des délais moyens de réparation et de livraison. On devrait, pour ces calculs, introduire les dates auxquelles ont eu lieu les déposes et les commandes.

On désire faire un calcul a priori, il faut donc faire un calcul approximatif en évaluant le nombre moyen de matériels en réparation et estimer la date moyenne de livraison de la commande.

a) Calculs

Le nombre moyen de matériels envoyés en réparation 2ème échelon par unité de temps, est :

$$t_{l,i} \cdot \lambda_i$$

Le nombre moyen de matériels se trouvant dans l'atelier de réparation est donc :

$$s_m = DR2_i \cdot t_{l,i} \cdot \lambda_i$$

D'autre part, Δ_i est, rappelons-le, le délai moyen entre deux commandes de l'ERS :

$$\Delta_i = \frac{Q_i}{\lambda_i (1 - t_{1,i})}$$

On ne connait pas a priori les dates de mise en réparation de chacun des matériels, de même qu'on ne connait pas a priori la date d'arrivée de la livraison.

On va donc faire des approximations qui, bien que grossières, nous permettront de continuer le calcul et d'aboutir à un résultat suffisamment précis.

Première Approximation

Les s matériels sont réparés un à un à des dates totalement aléatoires ; en conséquence, on peut donc considérer que l'on a affaire à un régime permanent et que si l'on met $\bar{E}(s_m)$ matériels de plus dans les ressources, on est en droit de considérer que le matériel étudié est équivalent à un matériel non réparable de consommation :

$$\lambda_{c,i} = \lambda_i \cdot (1 - t_{1,i})$$

Deuxième Approximation

Une livraison a lieu en moyenne tous les Δ_i. En conséquence, on peut dire qu'approximativement (approximativement car les livraisons arrivent d'une façon aléatoire et non pas exactement tous les Δ_i), en moyenne, si l'on se place à un instant 0 quelconque, la date d'arrivée de la livraison est :

$$\frac{\Delta_i}{2} \qquad (1)$$

On considère alors les ressources sur une durée $d_i = \Delta_i$ (ce qui fait qu'on inclus généralement une livraison dans les ressources r définies ci-dessous). La probabilité a priori de rupture de stock p_i est donnée par :

p_i = Prob. [consommation - (moyenne $\lambda_{c,i}$) $>$ r - $\bar{E}(s_m) Q_i$ durant la période $(0, \frac{\Delta}{2} i)$] + Prob. [consommation - (moyenne $\lambda_{c,i}$) $>$ r - $\bar{E}(s_m)$ durant l'intervalle $(0, \Delta_i)$ et $\leqslant$ r - $\bar{E}(s_m) - Q_i$ durant la période $(0, \frac{\Delta_i}{2})$]

---

(1) Pour le cas exceptionnel où $DN_i < \frac{\Delta i}{2}$, il y a lieu de remplacer $\frac{\Delta_i}{2}$ par DN_i dans les calculs qui suivent, c'est-à-dire remplacer les intervalles $(0, \frac{\Delta_i}{2})$ et $(\frac{\Delta_i}{2}; \Delta_i)$ par les intervalles $(0, DN_i)$ et (DN_i, Δ_i)

Pour faire ce calcul, on doit décomposer en probabilités élémentaires

$$Pe_o = \text{Prob.}\left[\text{consommation} = 0 \text{ durant la période } (0, \frac{\Delta i}{2})\right], \quad \text{Prob.}\left[\text{consommation} > r - \bar{E}(s_m) \text{ durant la période } (\frac{\Delta i}{2}, \Delta_i)\right]$$

$$Pe_n = \text{Prob.}\left[\text{consommation} = n \text{ durant la période } (0, \frac{\Delta_i}{2})\right], \quad \text{Prob.}\left[\text{consommation} > r - \bar{E}(s_m) - n \text{ durant la période } (\frac{\Delta i}{2} \cdot \Delta_i)\right]$$

n variant de 0 à $r - \bar{E}(s_m) - Q_i$

$$P_{e(r - \bar{E}(s_m) - Q_i + 1)} = \text{Prob.}\left[(\text{consommation} > r - \bar{E}(s_m) - Q_i \text{ durant la période } (0, \frac{\Delta i}{2})\right]$$

On a alors :

$$p_i = Pe_o + \ldots + Pe_n + \ldots + Pe_{(r - \bar{E}(s_m) - Q_i + 1)}$$

Prenons un exemple (exemple d'un cas dans l'Armée de l'Air) :

λ_i = 8 (par mois)
DN_i = 1 mois
$t_{l,i}$ = 0, 5
$DR2_i$ = 1/2 mois
Q_i = 4

On a = $s_m = DR2_i \cdot t_{l,i} \cdot \lambda_i = 2$

d'où : $\bar{E}(s_m) = 2$

$$\Delta_i = \frac{Q_i}{\lambda_i (1 - t_{l,i})} = 1 \text{ mois}$$

$$\lambda_{c,i} = 0,5 \times 8 = 4$$

Faisons le tableau des p_i en fonction du niveau r de ressources

$r - \overline{E}(s_m)^{-Q_i}$	0	1	2	3	4	5	6	7
$r - \overline{E}(s_m)$	4	5	6	7	8	9	10	11
P_o	0,011	0,004	0,001					
P_1	0,865	0,024	0,009	0,003	0,001			
P_2		0,594	0,024	0,009	0,003	0,001		
P_3			0,323	0,016	0,007	0,002		
P_4				0,143	0,008	0,003	0,001	
P_5					0,053	0,003	0,001	
P_6						0,017	0,001	
P_7							0,005	0,001
P_8								0,001
P	0,876	0,622	0,357	0,171	0;072	0,026	0,008	0,002

b) Niveau minimum de ressources

D'après le calcul précédent, on peut faire une table donnant le niveau de ressources nécessaires pour avoir une probabilité future de stock inférieure ou au plus égale à p_i.

Si l'on s'est fixé a priori la quantité Ω_i à commander et la probabilité p_i, on en déduira un niveau $r_{m,i}$ qu'on appellera niveau minimum des ressources.

La politique à considérer alors étant : lorsque r_t passe par le niveau $r_{m,i}$ (en décroissant), il faut faire une commande d'une quantité Ω_i, commande qui sera comptée dans le nouveau niveau r_t de ressources.

Dans l'exemple précédent, on a pour $p_i \leqslant 0,03$ $\quad r_{m,i} = 11$

c) Intérêt de la représentation au moyen du coefficient a_i

- pour $\lambda_i > 2$, on écrit :

$$(1)\quad r_{m,i} = \overline{E}\left(\lambda_{c,i}\, d_i + a_i \sqrt{\lambda_{c,i}\, d_i}\right) + \overline{E}\,(s_m)$$

avec $d_i = \max.\ (DR2_i, \Delta_i)$

- dans l'exemple précédent, on a pour $p_i \leqslant 0,03$, $r_{m,i} = 11$, $d_i = 1$ mois

d'où : $a_i = \dfrac{11 - 6}{2} = 2,5$

- Pourquoi employer cette formule ?

Pour des variations pas trop fortes de λ_i, $t_{l,i}$, $DR2_i$ et Δ_i, dans la formule (1) a_i est sensiblement toujours égal à 2,5.

Par suite, au début de la gestion, on peut évaluer a_i, et ensuite si λ_i, $t_{l,i}$, $DR2_i$, Δ_i ne varient pas trop, la formule (1) sera toujours valable avec la valeur de a_i trouvée au début, sans avoir à refaire tous les calculs qui ont été effectués au paragraphe a, d'où une grande simplification.

E - Détermination de la quantité économique à commander et de la probabilité de rupture de stock correspondante

Soit $C(\Omega_i, \lambda_{c,i})$ la fonction qui donne le coût de passation des commandes.

Ce coût dépend évidemment de la quantité Ω_i qui est commandée et de la fréquence des commandes, donc de la consommation $\lambda_{c,i}$

Les ressources r_i représentent la quantité de matériels immobilisés pour l'entrepôt secondaire n° i. Ces ressources ont pour valeur moyenne : $\frac{r_{m,i} + \Omega_i}{2}$. En effet, le niveau de ressources oscille continuellement entre $r_{m,i}$ et Ω_i.

Supposons que l'on puisse connaître la fonction $h\left(\frac{r_{m,i} + \Omega_i}{2}\right)$ qui donne le coût moyen de stockage correspondant au niveau r_m ; comme $r_{m,i}$ est une fonction de p_i, Ω_i et $\lambda_{c;i}$ la fonction h peut s'écrire $h(p_i, \Omega_i, \lambda_{c,i})$.

En conséquence, le coût total correspondant à la probabilité p_i , à la quantité commandée Ω_i, et à la consommation $\lambda_{c,i}$, s'écrit :

$$k(p_i, \Omega_i, \lambda_{c,i}) = h(p_i, \Omega_i, \lambda_{c,i}) + C(\Omega_i, \lambda_{c,i})$$

Reprenons les considérations qui avaient été exposées dans le sous-chapitre A, le coût total de la gestion s'écrit :

$K \cdot p_i + k\ (p_i, \Omega_i, \lambda_{c,i})$

Pour un $\lambda_{c,i}$, il faut rechercher le minimum de la fonction coût total définieci-dessus.

La solution mathématique exacte correspondant à la recherche du minimum de cette fonction est compliquée; en effet, même si les fonctions C et h étaient relativemem simples, la fonction $r_m\ (p_i, \Omega_i, \lambda_{c,i})$ est complexe.

On va donc utiliser un graphique (voir annexe) dans lequel on portera en abscisse la probabilité p_i et en ordonnée, les coûts. On tracera sur ce graphique la droite représentative de la fonction $K \cdot p_i$

On tracera ensuite les droites représentatives de la fonction $K \cdot p_i + C\ (p_i, \Omega_i, \lambda_{c,i})$ pour l'ensemble des valeurs Ω_i (on aura un ré seau de droites).

En s'aidant des tables donnant $r_{m,i}$ en fonction de p_i, Ω_i, $\lambda_{c,i}$ on tracera le réseau de courbes $h\ (p_i, \Omega_i, \lambda_{c,i})$.

Ensuite, pour chacune des valeurs de Ω_i, on tracera la courbe coût total et on déterminera le minimum de chacune de ces courbes. Ces minimum constitueront une courbe minimale dont on déterminera également le minimum. On en déduira la valeur Ω_i correspondante et la valeur p_i ; par suite, on déduira le niveau de ressources minimum $r_{m,i}$

Tous ces calculs, rappelons-le, ne sont possibles que si l'on connait les fonctions C et h. Dans le cas contraire, on est obligé de se fixer arbitrairement Ω_i et p_i.

CHAPITRE II

GESTION DES STOCKS

. POLITIQUE GENERALE

. POLITIQUE D'EXCEPTION.

A - Généralités -

Nous allons bâtir une solution au problème de la gestion des stocks, pour tous les matériels réparables ou non. Cependant, on remarquera qu'un matériel non réparable correspond à un matériel réparable pour lequel les taux de réparation seraient nuls ou négligeables.

Nous ne reviendrons pas sur les calculs de base effectués au chapitre précédent, nous utiliserons les résultats qui ont été obtenus. La solution que nous allons construire est une solution essentiellement pratique qui devra répondre à tous les phénomènes réels qui peuvent se produire, qui devra essayer de maximiser la sécurité (probabilité de rupture de stock minimum) tout en minimisant si possible la quantité de matériels en stock.

Le cadre général de cette gestion a été défini au chapitre I et dans les tableaux qui figurent en annexe I et II.

Notre plan est le suivant :

- étudier une politique normale
- étudier une procédure exceptionnelle de demande de matériel
- étudier une politique en cas de pénurie
- étudier les procédures de ravitaillement des différents dépôts secondaires lors d'une livraison par le fournisseur au dépôt central
- étudier enfin l'ensemble de la politique de gestion.

B - Etude d'une politique normale

1 - Calculs -

Pour chaque matériel, on établit, pour la période suivante, la consommation moyenne λ_i au moyen d'un lissage exponentiel suivant la méthode qui a été définie au chapitre précédent. Nous ne prenons en compte que des consommations relativement faibles (maximum 15 par unité de temps).

On calcule également pour cette même période le taux de réparation 2ème échelon (pour l'ERS n° i) $t_{1,i}$ et le taux de réparation 4ème échelon, $t_{2,i}$, ainsi que, s'il y a lieu, les différents délais de réparation. Pour ces calculs, on peut également utiliser un lissage exponentiel.

On fait les tableaux de ressources minimum et on applique, si cela est possible, les calculs définis au paragraphe E du Chapitre précédent (calculs relatifs à la quantité à commander Q_i pour l'ERS n° i).

On détermine ainsi Q_i, $r_{m,i}$ et $p_{o,i}$.

On établit de cette façon une périodicité de réapprovisionnement d'un dépôt secondaire par rapport au dépôt central.

On a : $\Delta_i = \dfrac{Q_i}{\lambda_{c,i}}$ avec $\lambda_{c,i} = \lambda_i \ (1 - t_{1,i})$

On appellera : niveau de réapprovisionnement : NREAP$_i$ le niveau $r_{m,i}$ minimum trouvé et niveau de recomplètement NREC$_i$ le niveau $r_{m,i} + c$.

Pour des λ_i pas trop faibles $(\lambda_i > 2)$, le niveau NREAP$_i$ sera mis sous la forme :

$$\text{NREAP}_i = \bar{E}\left(\lambda_{c,i}\, d_i + a_i \sqrt{\lambda_{c,i}\, d_i}\right) + \bar{E}\,(s_m)$$

et le niveau NREC$_i$ sera mis sous la forme :

$$\bar{E}\left(\lambda_{c,i}\, d_i + a_i \sqrt{\lambda_{c,i}\, d_i}\right) + \bar{E}\,(s_m) + Q_i$$

Pour des λ_i faibles, on fera un tableau des valeurs de NREAP$_i$ et NREC$_i$ en fonction de λ_i (voir annexe XII).

2 - Politique de réapprovisionnement normal d'un ERS -

On considère maintenant le niveau des ressources comme niveau caractéristique de passage des commandes.

A l'origine, on prend comme niveau des ressources le niveau $NREC_i$.

Au fur et à mesure que le temps s'écoule, le niveau des ressources baisse, on passera une commande $Q_i = NREC_i - NREAP_i$ lorsque le niveau des ressources atteindra $NREAP_i$ on voit alors qu'immédiatement le niveau des ressources est remonté à $NREC_i$.

3 - Politique de gestion normale pour le dépôt central (ERP) -

Pour l'ERP il y a lieu de considérer, dans le cas de matériels réparables, les matériels qui ont été entièrement consommés, et les matériels qui ont été réparés au 4ème échelon (dans le cas de matériels réparables). On ne tient pas compte des matériels qui seraient susceptibles d'être réparés au 2ème échelon, ces matériels faisant partie des ressources normales des ERS.

Pour l'ensemble du système, soit Λ_c la consommation en matériels entièrement consommés et Λ_r le nombre de matériels réparés au 4ème échelon (Λ_c et Λ_r sont calculés par unités de temps).

Si on suppose que la consommation de chacun des dépôts secondaires suit une loi de Poisson, la consommation du dépôt central suit également la loi de Poisson.

On peut, de la même façon que l'on a procédé pour les dépôts secondaires, estimer une essentialité du matériel considéré pour l'ensemble des dépôts secondaires.

Pour cela, on estime le coût d'une rupture de stock sur l'ensemble du système (cette estimation est obligatoirement très grossière).

De même, on estime la quantité Ω économique à commander ; il est rappelé que cette estimation résulte généralement d'accords avec le fournisseur. On détermine ainsi la périodicité économique de commande à un fournisseur :

$$D = \frac{\Omega}{\Lambda_c}$$

Cette périodicité D étant généralement assez grande, on va donc considérer comme caractéristique du dépôt central, non pas ses ressources, mais son stock physique :

Pour calculer le niveau minimum ST_m du stock physique du dépôt central, pour une période donnée, et pour une probabilité P de rupture de stock au 4ème échelon, il faut tenir compte du matériel se trouvant en réparation 4ème échelon, on a :

S_m = nombre moyen de matériels en réparation 4ème échelon

$$S_m = \Lambda_r \cdot DR4 = \sum_i^k \lambda_i t_{2,i} \cdot DR4$$

De même que pour les ERS, on introduira dans ST_m le nombre $\bar{E}(S_m)$, on calculera P en fonction de ST en faisant des calculs identiques à ceux effectués pour les ERS.

On cherche ensuite sur un graphe le minimum du coût global de la gestion et on en déduit une certaine probabilité P_o optimum et, par suite, un ST_m correspondant.

Cette recherche de P_o peut être rendue impossible si l'on ne connait pas, avec suffisamment de précision, les différents coûts. Dans ce cas, on fera une estimation a priori de P_o.

On pourra écrire dans tous les cas ST_m sous la forme :

$$ST_m = \bar{E}\left(\Lambda_c T + A\sqrt{\Lambda_c T}\right) + \bar{E}(S_m)$$

avec T = Max. (D, DR4)

A joue, pour l'ERP, le même rôle que les a_i pour les ERS.

La politique de gestion est définie en annexe XIV.

- A l'origine, on prend comme stock physique au dépôt central :
(en appelant DL le délai de livraison moyen du fournisseur)

: $ST_m + Q$, si $DL \geqslant D$

: $ST_m + \Lambda_c DL$, si $DL < D$

(étant donné que tous les dépôts secondaires se trouvent à l'origine avec un niveau de ressources $r_{m,i} + Q_i$)

Et l'on passe à l'instant 0 une commande égale à :

$$DL - Q \qquad \text{si } DL \geqslant D$$

On appellera niveau de recomplètement de l'ERP (4ème échelon) :

$$NREC4 = ST_m + Q + (\Lambda_c DL - Q) = ST_m + \Lambda_c DL$$

- Au fur et à mesure que le temps passe, le stock physique du dépôt central diminue. Supposons qu'il ait atteint le niveau N_0 au moment du passage de la commande de l'ERP au fournisseur.

Soit C la quantité de matériels qui a été déjà commandée au fournisseur et qui n'a pas été encore livrée par celui-ci à l'ERP, l'ERP passe alors une commande au fournisseur égale à :

$$\sum_i (NREC_i - r_i) + NREC4 - N_0 - C$$

si cette quantité est positive, sinon il ne passe aucune commande (voir le graphique en annexe XX).

Cette commande, en moyenne, sera égale à la quantité Q, et N_0 en moyenne, sera égal à $ST_m - 2Q + \Lambda_c DL$, si $DL \geqslant D$ (excepté la 1ère fois

et à $ST_m - Q + \Lambda_c DL$, si $DL < D$

Remarques :

- Il y a lieu d'étudier les consommations globales Λ_c et Λ_r comme des paramètres indépendants et faire un lissage exponentiel de ces consommations (lissage faible : on pourra prendre comme coefficient $\alpha = 0,4$).

- Le stock physique à l'ERP variera entre :

ST_m et $ST_m - 2Q + \Lambda_c DL$, si $DL \geqslant D$

ST_m et $ST_m - Q + \Lambda_c DL$, si $DL < D$

C - Demande exceptionnelle de matériel

1 - Intérêt de la procédure -

La procédure envisagée est celle-ci :

Lorsque les ressources (avec un certain délai d) d'un entrepôt secondaire passent (en décroissant) par un niveau $n_{2,i}$ déterminé, l'entrepôt passe une demande exceptionnelle de matériel au dépôt central. On désignera par DEM une telle demande.

Le délai DE_i de livraison exceptionnelle étant très inférieur au délai normal (DN_i) (par exemple $DE_i = \frac{DN_i}{2}$)

Pourquoi une telle procédure ?

Trois raisons fondamentales :

- on a fait dans le chapitre précédent, pour le calcul des ressources minimum, des calculs basés sur des moyennes, mais une commande de matériel adressée au dépôt central par un dépôt secondaire, arrive d'une façon aléatoire (donc peut arriver en retard), le niveau des ressources nécessaire est alors plus élevé que celui nécessaire à une simple sécurité vis-à-vis de la consommation ;

  Il s'agit donc de faire une gestion plus fine et de compenser cette diminution du niveau des ressources par une procédure qui garantisse une certaine sécurité dans le cas d'une consommation forte à laquelle s'ajouterait un retard de livraison.

- il peut y avoir pénurie de matérielsà l'ERP : l'ERP ne peut plus satisfaire les commandes. Nous reviendrons en détail sur ce point.

- enfin, la troisième cause, surtout sensible pour les consommations faibles est : la consommation croît brusquement et au lieu, par exemple, d'un matériel consommé en un mois d'après l'estimation de la demande moyenne, on en a quatre ou cinq. Cette brusque variation peut-être due, soit à une mauvaise estimation de la demande moyenne, soit à des causes extérieures instantanées (utilisation anormale d'un ensemble : vols plus nombreux pour un avion par exemple), soit à des phénomènes "d'épidémie" (phénomènes de nature psychologique). On veut donc se garantir contre une consommation irrégulière momentanée.

2 - Calcul du niveau $n_{2,i}$ -

La demande exceptionnelle de matériels est une procédure à court terme. Il n'est plus question d'utiliser les ressources globales de l'entrepôt, mais les ressources qui arriveront avant un délai DE_i soit n_i ce niveau de ressources.

Remarque sur DE_i :

Pour que cette procédure soit efficace, il faut que DE_i soit petit (inférieur à Δ_i, DN_i, et au plus du même ordre que $DR_{2,i}$).

Pour l'Armée de l'Air, dans un premier temps, on a admis que DE_i = 1/2 mois (alors que DN_i = 1 mois), mais dans un deuxième temps, nous espérons faire DE_i = 3 jours (1/10ème de mois) (transport rapide par hélicoptère ou avion, formalités administratives réduites).

Ce délai DE_i est comme DN_i un délai moyen ; le délai réel varie autour de DE_i en suivant, on le supposera, comme DN_i, une loi de Poisson.

On doit prendre les ressources avec un délai DE_i, car on ne peut par définition de DE_i, intervenir sur un ERS qu'avec un délai au moins égal à DE_i .

Le niveau $n_{2,i}$ sera tel qu'il devra couvrir la consommation $\lambda_{c,i}$ avec une certaine sécurité durant DE_i, ainsi que le nombre moyen s'_m le matériel envoyé en réparation durant le min. (DE_i, $DR2_i$). On fait les mêmes hypothèses de régime permanent que pour le calcul de $r_{m,i}$.

On a : $r_{2,i} = \bar{E}\ (\lambda_{c,i}\ DE_i + b_i \sqrt{\lambda_{c,i}\ DE_i}) + \bar{E}\ (s'_m)$

avec s'_m = min. $(DE_i \cdot t_{1,i} \cdot \lambda_i\ ;\ DR2_i \cdot t_{1,i} \cdot \lambda_i)$

On prendra généralement une sécurité assez forte b_i = 2 par exemple.

La quantité commandée sera : $\bar{E}\ (DE_i \times \lambda_{c,i})$

Lorsque λ_i est trop petit pour qu'on puisse faire un calcul à partir de la fonction $\bar{E}$, on fabrique une table à partir des tables de Poisson (voir annexe XII).

Exemple :

avec $\lambda_i = 8$; $t_{l,i} = 0,5$; $DR2_i = 1/2$ mois ; $DE_i = 1/4$ mois ; $Q_i = 4$

d'où $\lambda_{c,i} = 4$ $\quad \Delta_i = 1$ mois $\quad s'_m = 1$

On a $n_{2,i} = \bar{E}(4 \times \frac{1}{4} + 2 \sqrt{4 \times \frac{1}{4}}) + \bar{E}(1)$

$$n_{2,i} = 4$$

alors que $r_{m,i} = 11$

D - Etude de la gestion dans les cas de pénurie -

1 - Hypothèses -

a) Causes de pénurie

La gestion peut entrer dans une phase de pénurie (pénurie dans l'ensemble du système, le cas d'un ERS particulier a été traité au sous-chapitre C avec la procédure DEM) de deux façons différentes :

- soit à la livraison par le fournisseur à l'ERP a du retard, le matériel à l'ERP ne peut plus couvrir les demandes des ERS ;
- soit la demande globale des ERS a fortement augmentée et il n'y a plus assez de matériel à l'ERP pour répondre (avec la même probabilité de rupture de stock) aux demandes des ERS.

On peut évidemment avoir les deux causes en même temps.

b) Effets de la pénurie

Il n'existe aucune procédure dans / la politique normale. En cas de pénurie générale, les gestionnaires qui vérifient l'état des stocks se trouvent parfois brusquement face à une rupture de stock à l'échelon ERP, rupture de stock effective ou qui aura lieu dans un très court laps de temps.

Ces gestionnaires, d'une part, prévenus trop tard, d'autre part, ayant, vu les délais d'approvisionnement du fournisseur à l'ERP et des ERP à l'ERS, très peu de possibilités, ne peuvent régir avec efficacité, en appliquant une politique normale, sur l'ensemble du système.

c) Priorité opérationnelle

- Il ne s'agit pas de résoudre le problème de la pénurie dans le cas relativement simple où tous les dépôts (ERS) ont même importance, il s'agit en fait de résoudre ce problème dans le cas où les ERS sont de priorités opérationnelles différentes.

En effet, un entrepôt bien déterminé peut être d'une importance bien supérieure aux autres entrepôts du fait de sa nature même :

- Par exemple, pour l'Armée de l'Air, un même matériel peut servir sur deux types d'avions (par exemple Mirage III et Mirage V), ou bien deux bases utilisant le même type d'avion peuvent être; l'une une base tactique, l'autre une base école.

On peut alors considérer 3 groupes de priorité, affectés respectivement du chiffre 1, 2 ou 3 :

p_r= 1 ERS les plus prioritaires

p_r= 2 ERS de priorité moyenne

p_r= 3 ERS de priorité faible

Pour l'Armée de l'Air, par exemple :

p_r= 1 bases stratégiques ou tactiques importantes

p_r= 2 bases tactiques

p_r= 3 bases écoles

Ce choix de 3 priorités est, en principe, généralisable à toutes les politiques de gestion de stock, cependant parfois on peut être amené à ne considérer que deux groupes de priorité.

Attribuer trop de types de priorité, entraînerait par contre des complications inutiles, aussi bien pour déterminer ces priorités que pour les utiliser dans une politique de gestion.

2 - Définition d'une politique dans le cas d'une pénurie -

S'il y a pénurie, on peut être dans trois cas :

- Stade d'alerte (ou stade précritique)

Ceci a lieu lorsqu'on s'aperçoit que la matériel se trouvant à l'ERP risque de ne pas être en quantité suffisante pour couvrir toutes les demandes de recomplètement des ERS jusqu'à l'arrivée de la prochaine commande du fournisseur. On doit donc appliquer alors une politique précritique qui tiendra compte des priorités de chacun des ERS afin de les ravitailler d'une façon plus modérée.

- Stade critique :

On passera en stade critique lors que la politique précritique risque de ne plus être applicable jusqu'à l'arrivée de la prochaine commande de l'industrie. Alors, seuls les ERS de priorité 1 seront ravitaillés, les autres vivront sur leurs réserves.

- Stade de pénurie totale :

Ce stade est atteint lorsqu'il n'y a plus de matériel à l'ERP. Ce stade est, en principe, très rarement atteint. Il faut alors envisager des reversements des ERS de priorité 3 ou même 2 dans les ERS de priorité 1.

2 - Paramètres utilisés et grandeurs caractéristiques -

- Soit U l'unité de temps utilisée dans le calcul de d_i (on prend en principe U = 1 mois)

- Soit e l'unité de temps élémentaire de la gestion (on prend en principe e = 1 jour)

Θ = temps séparant l'instant présent de la date de la prochaine livraison de l'industrie à l'ERP. Θ est exprimé en unité U. (1)

Ce temps Θ est évalué (à chaque intervalle élémentaire) - en principe chaque jour - depuis l'instant de la dernière livraison ; d'une part, il diminue d'un intervalle élémentaire au suivant (en principe chaque jour), d'autre part, on le réévalue chaque fois que l'on reçoit de nouvelles données de l'industrie (date de livraison d'une commande - ou partie de commande - avancée ou retardée).

DN_i = Délai d'une livraison normale de l'ERP à l'ERS n° i. Ce délai peut varier d'un ERS à un autre.

Une diminution de ce délai, telle que $DN_i < \frac{\Delta i}{2}$ aurait pour conséquence une diminution du niveau $r_{m,i}$

DE_i = Délai d'une livraison exceptionnelle de l'ERP à l'ERS n° i. On doit avoir, du fait qu'une DEM est une demande urgente $DE_i < DN_i$; ce délai peut, de même que DN_i, varier d'un ERS à uncautre.

Une amélioration de ce délai DE_i entraine un abaissement du niveau $n_{2,i}$ et par suite entraine un gain important sur le nombre de commandes DEM.

---

(1) On ne fait pas décroître Θ jusqu'à 0. En effet, soit $\varepsilon(\Theta)$ l'incertitude sur Θ, on a toujours $\Theta > \varepsilon(\Theta)$; par suite Θ diminuera jusqu'à atteindre $\varepsilon(\Theta)$ puis gardera une valeur constante égale à $\varepsilon(\Theta)$. (jusqu'à ce que la commande arrive). Au fur et à mesure que le temps s'écoule, on peut réévaluer $\varepsilon(\Theta)$.

N = Niveau (stock physique) de l'ERP, c'est en effet le seul type de niveau qui nous intéresse, dire qu'il y a N matériels à l'ERP (dans les magasins) permet de voir quelles sont les possibilités de distribution de matériel de l'ERP. Le matériel voyageant entre l'ERP et les ERS est affecté d'après la définition du niveau de l'ERP aux ERS. Nous tenons compte de la prochaine livraison de l'industrie par le paramètre S.

- le matériel en atelier de réparation 4ème échelon (donc en attente) ne sera pas compté (livraison trop aléatoire), il ne sera compté que lorsqu'il arrivera effectivement à l'ERP ;

- n_i niveau de l'ERS n°i
  n_i = stock physique + commande en attente + matériel en atelier de réparation - dû (délai DE_i)

- r_i niveau de l'ERS n° i délai (Δ_i)

pr_i Priorité de l'ERS n° i pr_i = 1, 2, 3

k Nombre total d'ERS dépendant de l'ERP considéré

g Nombre d'ERS, dépendant de l'ERP considéré, de priorité 1

$NREC_i$ Niveau de recomplètement normal de l'ERS n°i

$NREAP_i$ Niveau de réapprovisionnement normal de l'ERS n°i

Q_i $NREC_i - NREAP_i$

N_1 Niveau précritique de l'ERP

N_2 Niveau critique de l'ERP

$n'_{1,i}$ Niveau précritique de recomplètement de l'ERS n°i

$n_{1,i}$ Niveau précritique de réapprovisionnement de l'ERS n° i

$n_{2,i}$ Niveau critique de l'ERS n°i. Ce niveau a déjà été défini dans le sous-chapitre C

Les niveaux N_1, N_2, $n'_{1,i}$, $n_{1,i}$ seront définis plus loin dans ce chapitre.

$t_{1,i}$ Taux de réparation 2ème échelon pour l'ERS n° i

$t_{2,i}$ Taux de réparation 4ème échelon pour l'ERS n° i

$Q'_i = n'_{1,i} - n_{1,i}$

Rappelons la fonction : $\bar{E}(x) = \begin{cases} x & : \text{si } x \text{ entier} \\ \text{partie entière de } x+1 & : \text{si } x \text{ non entier} \end{cases}$

λ_i Nombre moyen de déposes durant l'unité de temps U (en principe 1 mois) pour l'ERS n°i.

3 - Détermination du niveau d'alerte ou précritique -

a) Détermination du nombre moyen de demandes de recomplètement passées par l'ERS n°i durant la période θ .

La consommation moyenne de l'ERS n°i par rapport à l'ERP durant est :

$$\lambda_i (1 - t_{1,i}) = \lambda_{c,i}$$

La prochaine demande de recomplètement se fera au temps t moyen tel que :

$$\lambda_{c,i}\, t = r_i - NREAP_i$$

d'où le nombre m_i moyen de demandes :

$$m_i = \bar{E}\left(\frac{\lambda_{c,i}\,\theta - (r_i - NREAP_i)}{Q_i}\right)$$

b) Quantités commandées en moyenne durant θ par les ERS à l'ERP :

Pour l'ERS n° i : $q = m_i Q_i$

pour l'ensemble : $Q = \sum_1^k m_i Q_i$

c) Couverture nécessaire en politique prém critiques :

Cette couverture doit dépendre de l'importance opérationnelle des ERS ravitaillés par l'ERP. On va donc définir un coefficient α de couverture à partir des priorités p_i et du nombre k d'ERS.

Ce coefficient doit être exprimé simplement et doit décroître quand pr_i croît. Soit a le coefficient maximum de couverture des ERS de priorité 1.

On prendra $\alpha = h \times \frac{a}{4} \left(5 - \frac{\sum_1^k pr_i}{k}\right)$, on trouve donc quand tous les ERS sont de priorité 1 :

$$\alpha = h \cdot a$$

Le coefficient h est généralement déterminé par l'expérience ; il est toujours inférieur à 1 (on a pris dans l'Armée de l'Air : h = 1/2, ce qui donne pour a = 2 la formule suivante =

$$\alpha = \frac{1}{4} \left(5 - \frac{\sum_1^k pr_i}{k}\right)$$

d) Calcul du niveau N_i d'alerte :

On appelle S'_m le nombre total moyen de matériels envoyés en réparation 4ème échelon par chacun des ERS n°i durant la période $\theta - \Delta_i$ $(=0 \text{ si } \theta \leqslant \Delta_i)$ (la dernière commande peut avoir lieu à la date Δ_i)

d'où : $$S'_m = \sum_1^k \lambda_i t_{2,i} (\theta - \Delta_i) \quad (\theta' \geqslant \Delta_i)$$

On prend : $N_1 = \bar{E}(\Omega + \alpha\sqrt{\Omega}) + \bar{E}(S'_m)$

En supposant qu'approximativement Ω suit une loi de Gauss (Ω est grand), ce niveau d'alerte correspond pour le cas où tous les ERS seraient de priorité 1 et dans lequel ha serait égal à 1, à une couverture de 84 % environ par rapport à la quantité Ω, et quand tous les ERS sont de priorité 3, cela correspond à une couverture d'environ 70 %.

On passera en politique précritique lorsque le niveau N du stock physique de l'ERP atteindra N_1.

4 - La politique précritique -

Lorsque N est inférieur ou égal à N_1, on passe en politique précritique, c'est-à-dire que l'ERP ne peut plus avec la couverture α, satisfaire toutes les demandes . Il faut donc appliquer une nouvelle procédure. Il faudra donc :

- abaisser les niveaux de réapprovisionnement des ERS : soit $n_{1,i}$ le niveau précritique de réapprovisionnement ;
- calculer un niveau de recomplètement, adapter $n'_{1,i}$ de telle sorte que $\Omega'_i = n'_{1,i} - n_{1,i} \leqslant \Omega_i$

Ce qui aura pour conséquence :

- de gagner le temps que mettra le niveau r_i à descendre au niveau $n_{1,i}$
- de gagner sur la quantité commandée à chaque recomplètement, le niveau r_i oscillant entre $n_{1,i}$ et $n'_{1,i}$ et non plus entre $NREAP_i$ et $NREC_i$

5 - Calcul du niveau de réapprovisionnement précritique -

Deux cas sont possibles :

- On peut utiliser la fonction $\overline{E}$

On prend alors une couverture α_i, couverture qui sera plus faible que celle assurée par le $NREAP_i$ et qui dépendra des priorités pr_i (α_i décroit quand pr_i croît)

$$\alpha_i = h \frac{a_i}{4} (7 - pr_i)$$

On a : $h \leqslant \frac{2}{3}$

$$n_{i,i} = \overline{E} (\lambda_{c,i} d_i + \alpha_i \sqrt{\lambda_{c,i} d_i}) + \overline{E} (s_m)$$

On voit que pour : h = 1/2 :

$pr_i = 1$ $\qquad \alpha_i = \frac{3}{4} a_i$

$pr_i = 2$ $\qquad \alpha_i = \frac{5}{8} a_i$

$pr_i = 3$ $\qquad \alpha_i = \frac{a_i}{2}$

- Le calcul par la formule précédente n'est plus valable :

On prend alors la valeur de $n_{1,i}$ sur la table (voir annexe XIII).

Cette valeur est calculée à partir des tables de $r_{m,i}$ en prenant pour probabilité de rupture de stock :

$$p = p_i (1 - \frac{5}{100} pr_i)$$ $\quad p_i$: probabilité adoptée pour le calcul de $r_{m,i}$

6 - Calcul du niveau de recomplètement précritique -

- On peut utiliser la fonction $\overline{E}$

On veut que $Q'_i \leqslant Q_i$. On peut prendre Q'_i tel que le recomplètement ne se fasse plus, non les Δ_i, mais tous les : $\frac{\Delta_i}{2}$

d'où $$n'_{1,i} = n_i + \overline{E}\left(\lambda_{c,i} \frac{\Delta_i}{2}\right)$$

- Le calcul précédent n'est plus valable :

On prendra $n_{1,i}$ sur la table.

On aura $n'_{1,i} = n_i + 1$

Remarque :
On peut avoir $n'_{1,i} > NREAP_i$, cela n'est nullement gênant car $n'_{1,i}$ est un niveau de recomplètement, alors que $NREAP_i$ est un niveau de réapprovisionnement.

7 - Quelle sera la politique précritique ? -

Lorsque N atteint N_1, la politique devient précritique.

- On laisse descendre les niveaux des ERS jusqu'aux niveaux $n_{1,i}$

- Quand r_i arrive à $n_{1,i}$, on ordonne une commande exceptionnelle de matériel de la quantité Q'_i (si r_i passe de $r_i > n_{1,i}$ à $r_i = n_{1,i} - m$ la quantité commandée sera $Q'_i + m$).

8 - Calcul du niveau critique N_2 -

Lorsque la politique précédente n'est plus possible, c'est-à-dire lorsque le niveau N de l'ERP n'est plus assez haut pour pouvoir, avec une certaine couverture, recompléter les ERS à leurs niveaux de recomplètement critique, il y a lieu d'envisager une nouvelle politique.

De la même façon qu'au paragraphe précédent :

$$m'_i = \bar{E}\left(\frac{\lambda_{c,i} \quad - (r_i - n_{1,i})}{\quad}\right)$$

Ω' quantité totale demandée par les ERS à l'ERP

$$\Omega' = \sum_1^k m'_i \; \Omega'_i$$

$$N_2 = \bar{E}(\Omega' + \beta\sqrt{\Omega'}) - E(S'_m) \quad ; \quad \beta = h\frac{a}{4}\left(3 - \frac{\sum_1^k pr_i}{k}\right)$$

a : coefficient maximum des ERS de priorité 1

9 - Définition d'une politique critique -

- Si N atteint N_2, on passe en politique critique

  . les ERS de priorité 1 sont seuls ravitaillés

  . les autres ERS vivront sur leurs réserves jusqu'à ce que la politique de gestion devienne précritique ou normale

  . on laisse descendre les niveaux des ERS de priorité 1 jusqu'à un niveau $n_{2,i}$ niveau critique

  . quand $n_i = n2_{,i}$, on ravitaille l'ERS par DEM de 1 matériel, le niveau n_i passe donc dès le lancement de la DEM à $n2_{,i}+1$ à la prochaine demande d'un élément utilisateur n_i repasse à $n2_{,i}$, on relance une DEM et ainsi de suite.
  (n_i = ressources pour un délai DE_i)

- Calcul de $n_{2,i}$:

Ce niveau $n_{2,i}$ doit donc couvrir le temps de livraison d'une livraison d'une DEM puisqu'une DEM est lancée seulement lorsque $n_i = n_{2,i}$ d'où l'on s'aperçoit que l'on retrouve bien le $n_{2,i}$ déjà défini pour la procédure DEM.

. Le calcul avec la fonction $\bar{E}$ est possible :

$$n_{2,i} = \bar{E}(\lambda_{c,i}\, DE_i + b_i\sqrt{\lambda_{c,i}\, DE_i}) + \bar{E}\,(s'_m)$$

. Le calcul n'est pas possible :

On prend $n_{2,i}$ à partir d'une table (annexe XIII).

10- Politique en cas de pénurie totale -

Le stock à l'ERP est nul. Il ne peut plus satisfaire les demandes des ERS. Il faut donc envisager une nouvelle politique de gestion qui sera constituée par des reversements entre ERS.

N = 0 Toute DEM passée pour un ERS de priorité 1 sera prise en charge par un autre ERS au lieu de l'être par l'ERP

Choix de l'ERS :

La DEM sera envoyée :

. d'abord aux ERS de priorité 3 et parmi ceux-ci à l'ERS le plus "riche", à richesse égale, le plus près de l'ERS demandeur ;

. à défaut, aux ERS de priorité 2 parmi ceux-ci à l'ERS le plus "riche", à richesse égale, le plus près de l'ERS demandeur ;

. à défaut, aux ERS de priorité 1, en commençant par le plus "riche", à condition que leurs niveaux ne descendent pas en -dessous de $n_{2,i} + 1$

. à défaut, la DEM ne sera pas satisfaite.

11 - Passage d'une politique donnée à une politique en phase moins critique - (sans qu'il y ait livraison du fournisseur) -

La politique par exemple a pu passer d'une phase normale à une précritique parce-que les demandes s'étaient brusquement accrues. Ce phénomène a pu être passager, et après cette brusque augmentation, il peut y avoir une brusque diminution et ceci pendant assez longtemps, de telle sorte que de nouveau une politique normale soit applicable.

En conséquence il va falloir calculer 3 niveaux :

- un niveau N'_1 correspondant au passage de précritique à normal
- un niveau N'_2 niveau de passage de critique à précritique
- un niveau N'_3, niveau de passage de critique à précritique, mais avec un ravitaillement de tous les ERS, le passage de pénurie totale à pénurie critique ne pouvant avoir lieu sans livraison du fournisseur ou sans arrivée de l'atelier de réparation 4ème échelon; de toute façon, dans ce cas, le niveau de passage est 0.

- Calcul de N'_1

Il faut ravitailler d'abord tous les ERS jusqu'à leurs $NREC_i$.

Il faut ensuite assurer avec la couverture α la politique normale, d'où :

$$N'_i = \sum_1^k (NREC_i - r_i) + \bar{E}\,(P + \alpha\sqrt{P}) - E\,(3'_m)$$

avec $$P = \sum_1^k \ell_i\, Q_i$$

$$\ell_i = \bar{E}\left(\frac{\lambda_{c,i}\theta \cdot (NREC_i - NREAP_i)}{Q_i}\right) = \bar{E}\left(\frac{\lambda_{c,i}\theta - Q_i}{Q_i}\right.$$

d'où $$\ell_i = \bar{E}\left(\frac{\lambda_{c,i}\theta}{Q_i}\right) - 1$$

avec évidemment $$\alpha = h\,\frac{a}{4}\left(5 - \frac{\sum_1^k pr_i}{k}\right)$$

Du fait de l'existence de la fonction $\bar{E}$, il faudra prendre pour N'_1 le max. (N_1+1 et de N'_1 ci-dessus calculé).

- Calcul de N'_2

Il faut ravitailler d'abord tous les ERS jusqu'à leurs $n'_{1,i}$.

Il faut ensuite assurer avec la couverture la politique précritique, d'où :

$$N'_2 = \sum_1^k (n'_{1,i} - r_i) + \bar{E}\,(P' + \beta\sqrt{P'}) - E(\delta'_m)$$

avec $P' = \sum_1^k \ell'_i\, Q'_i$

$$\ell'_i = \bar{E}\left(\frac{\lambda_{c,i}\,\theta}{Q_i}\right) - 1$$

et $$\beta = h\,\frac{a}{4}\left(3 - \frac{\sum_1^k P\tilde{r}_i}{k}\right)$$

Du fait de l'existence de la fonction $\bar{E}$, il faudra prendre pour N'_2 le max. (N_2+1 et N'_2 ci-dessus calculé).

- Calcul de N'_3

Il faut ravitailler tous les ERS jusqu'à $n_{2,i} + 1$

Il faut garder une couverture $\gamma = ha$ à la politique précritique, d'où

$$N'_3 = \sum_1^k (n_{2,i} - n_i) + \bar{E}\,(R + \gamma\sqrt{R}) - E(S''_m)$$

avec $R = \sum_1^{\vartheta} \bar{E}\,(\lambda_{c,i}\,\theta)$ $\qquad S''_m = \sum_1^{\vartheta} \lambda_i\, t_{2,i}\,(\theta - \Delta_i)\,,\ \theta >$

Du fait de l'existence de $\bar{E}$, il faut prendre pour N'_3 le min (N_2-1 et N'_3 ci-dessus calculé).

Conclusion sur les politiques de pénurie

Si $N \geqslant N'_1$	Politique normale
$N_1 \leqslant N < N'_1$	Si on est en politique normale, on reste en politique normale Si on est en politique précritique, on reste en politique précritique
$N'_2 \leqslant N < N_1$	Politique précritique
$N_2 \leqslant N < N'_2$	Si on est en politique précritique on y reste Si on est en politique critique, on y reste
$0 < N < N_2$	Politique critique, mais si $N'_3 \leqslant N < N_2$ (ravitaillement des ERS non prioritaires ($p \neq 1$) jusqu'à leurs niveaux $n_{2,i} + 1$ pour leur donner une réserve)
$N = 0$	Politique de pénurie totale

E - Politique de recomplètement des ERS et de l'ERP à l'arrivée d'une livraison

1 - Définition du problème -

La procédure de recomplètement doit tenir compte de l'importance de la livraison L, de la politique de gestion juste avant l'arrivée de la livraison, ainsi que de l'état de chacun des ERS et de l'ERP.

En effet, la livraison pourra être, ou ne pas être, suffisante pour passer de telle politique à telle autre. Il va donc falloir tester L.

D'autre part, à l'intérieur même d'une politique il faudra savoir quelles quantités de matériels on pourra attribuer à chacun des ERS. Le test sur L devra être assez fin.

On pourrait croire que cette procédure si poussée n'a que peu d'intérêt, or il n'en est rien, le calcul montre que même si la livraison L est normale, donc relativement importante (quantité pour 1 an par exemple), il n'est pas du tout évident que se trouvant en cas de gestion critique par exemple, on puisse passer en politique normale ; d'autre part, la livraison L peut être une livraison partielle, livraison partielle que le gestionnaire aurait intérêt à provoquer dès que la gestion passe en phase critique, ou même précritique. La résolution du problème de recomplètement étant dans ce cas d'une très grande importance.

On gardera les mêmes notations que dans les chapitres précédents, ' étant ici le nouveau pour l'arrivée de la prochaine commande.

On calcule aussi par les mêmes formules qu'au sous-chapitre D les nouveaux N_1 et N_2 (fonction de '), ainsi que N'_1, N'_2, N'_3.

2 - Cas où la gestion était en phase critique ou de pénurie totale -

a) Si $L < N'_3 - N$

ce qui signifie :

. il est impossible de passer en politique précritique ;

. il est impossible de ravitailler tous les ERS jusqu'à leurs niveaux $n_{2,i} + 1$ et d'assurer durant tout θ' avec la couverture une politique critique.

D'où : On ravitaille par DEM les ERS prioritaires jusqu'à leurs niveaux $n_{2,i}$, le reste du matériel est envoyé à l'ERP. On applique la gestion en phase critique.

b) Si $N'_3 - N \leqslant L < N'_2 - N$

ce qui signifie :

. il est impossible de passer en politique précritique

. il est possible de ravitailler tous les ERS jusqu'à leurs niveaux $n_{2,i} + 1$

D'où : On ravitaille par DEM tous les ERS jusqu'à leurs niveaux $n_{2,i} + 1$, le reste du matériel est envoyé à l'ERP. On applique la gestion en phase critique.

c) Si $N'_2 - N \leqslant L < N'_1 - N$

ce qui signifie :

. il est impossible de passer en politique normale

. on peut passer en politique précritique

D'où : On ravitaille par DEM tous les ERS jusqu'à leurs niveaux $n'_{1,i}$

Le reste du matériel est envoyé à l'ERP. On applique la gestion en phase précritique.

d) Si $L \geqslant N'_1 - N$

On peut passer en politique normale.

D'où : On ravitaille par DEM tous les ERS jusqu'à leurs niveaux $NREC_i$.

. Le reste du matériel est envoyé à l'ERP.
On applique la gestion ou phase normale.

3 - Cas où la gestion était en phase précritique -

- Si $L < N_2 - N$

On doit passer en phase critique (ce cas est exceptionnel)

D'où : On envoie tout le matériel à l'ERP et on applique la gestion phase critique.

- Si $L < N'_1 - N$

On ne peut passer en phase normale.

D'où On envoie tout le matériel à l'ERP et on applique la gestion phase précritique.

- Si $L \geqslant N'_1 - N$

On peut passer en phase normale.

D'où : On ravitaille par DEM les ERS jusqu'à leurs niveaux $NREC_i$.
Le reste du matériel est envoyé à l'ERP.

4 - Cas où la gestion était en phase normale -

On peut avoir à passer en phase critique ou précritique si L est insuffisant (θ ' grand).

- Si $L \geqslant N_1 - N$ tout le matériel est envoyé à l'ERP - phase normale

- Si $N_2 - N \leqslant L < N_1 - N$ tout le matériel est envoyé à l'ERP -phase précritique

- Si $L < N_2 - N$ tout le matériel est envoyé à l'ERP - phase critique

F - Résumé de la politique de gestion

Introduction

Sauf dans le cas où il n'y aurait qu'un petit nombre de matériels gérés, il est absolument nécessaire d'employer un ordinateur relativement puissant.

Cet ordinateur aura accès à un fichier qui, pour chaque article, contiendra toutes les caractéristiques de la gestion de cet article (nombre des dépôts, stocks, niveaux caractéristiques ...)

En mémoire centrale, il comprendra un programme d'exploitation quotidienne (ou plus généralement d'exploitation ~ toutes les unités de temps élémentaires e), et deux sous-programmes de calculs périodiques:

- sous-programme mensuel (ou d'une façon générale, toutes les unités de temps U) ;
- sous-programme annuel (ou d'une façon plus générale toutes les périodes D . D = périodicité des commandes de l'ERP au fournisseur).

D'autre part, on pourra faire appel à un sous-programme des calculs préalables qui sera exécuté à chaque changement de configuration du système pour un matériel donné.

1 - Le sous-programme des calculs préalables -

On a vu que si les paramètres λ_i , $t_{l,i}$, Q_i , DN_i , $DR2_i$, ne variaient pas trop, les calculs pour $\lambda_i > 2$ des nouvelles caractéristiques des ERS se ramènent au calcul du coefficient a_i, et pour $\lambda_i \leqslant 2$, à la création de tables donnant ces niveaux.

De même, les calculs pour l'ERP se ramènent au calcul du coefficient A.

A l'origine, on doit posséder les données initiales (que l'on se fixera a priori ou que l'on calculera en fonction d'expériences antérieures).

Ce sous-programme est donc celui du calcul de $r_{m,i}$, puis du calcul de la valeur de $r_{m,i}$ optimum (donc de a_i), soit en introduisant Q_i et p_i comme des données a priori, soit en faisant préalablement, manuellement à l'aide de graphiques, la recherche du coût approximatif total minimum.

On procède de la même façon pour A.

Tant que les paramètres, ci-dessus indiqués, ne varient pas trop a_i et A auront des valeurs constantes. On ne refait les calculs préalables qu'en cas de changement de configuration ou en cas de changement important des paramètres (par exemple : le nombre k d'ERS change, DN_i a été fortement diminué, les taux de réparation 2ème échelon fortement changés ...)

2 - Le sous-programme mensuel -

Sont donnés : a_i (pour $\lambda_i > 2$), ou les tables donnant les niveaux en fonction de λ_i, $t_{1,i}$, Q_i, DE_i (pour $\lambda_i \leqslant 2$)

Sont fixés : b_i, h, .

Ce sous-programme est appelé tous les mois (plus généralement toutes les unités de temps U).

On calcule par lissage exponentiel (lissage fort : $\alpha = 0,2$) :

- la consommation moyenne λ_i
- les nouveaux taux $t_{1,i}$ et $t_{2,i}$

On ne change pas DN_i et DE_i, sauf dans le cas de changement des formalités d'approvisionnement.

Si aucune de ces variables n'a beaucoup changé par rapport aux variables utilisées lors des calculs préalables, on ne refait pas ceux-ci. Dans le cas contraire, on réappelle le sous-programme des calculs préalables.

On fait ensuite le calcul des niveaux caractéristiques:

- Pour $\lambda_i \leqslant 2$:

On utilise les tables, d'où les valeurs de $NREC_i$, $NREAP_i$ $n'_{1,i}$, $n_{1,i}$, $n_{2,i}$

- Pour $\lambda_i > 2$; on a :

$$\lambda_{c,i} = (1 - t_{1,i})\,\lambda_i$$

$$d_i = \text{Max.}\,(DR2_i, \Delta_i)$$

$$s_{m,i} = \lambda_i\, t_{1,i}\, DR2_i$$

$$S'_{m,i} = \min.\,(\lambda_i\, t_{1,i}\, DR2_i\,;\, \lambda_i\, t_{1,i}\, DE_i)$$

$$\alpha_i = \frac{h\, a_i}{4}\,(7 - pr_i)$$

$$\Omega'_i = \bar{E}\,(\lambda_{c,i}\frac{\Delta i}{2})$$

D'où :

$$NREAP_i = \bar{E}\,(\lambda_{c,i}\, d_i + a_i\, \sqrt{\lambda_{c,i}\, d_i}) + \bar{E}\,(s_{m,i})$$

$$NREC_i = \bar{E}\,(\lambda_{c,i}\, d_i + a_i\, \sqrt{\lambda_{c,i}\, d_i}) + \bar{E}\,(s_{m,i}) + \Omega_i$$

$$n_{1,i} = \bar{E}\left(\lambda_{c,i}\, d_i + \alpha_i \sqrt{\lambda_{c,i}\, d_i}\right) + \bar{E}\left(s_{m,i}\right)$$

$$n'_{1,i} = \bar{E}\left(\lambda_{c,i}\, d_i + \alpha_i \sqrt{\lambda_{c,i}\, d_i}\right) + \bar{E}\left(s_{m,i}\right) + C_i$$

$$n_{2,i} = \bar{E}\left(\lambda_{c,i}\, DE_i + b_i \sqrt{\lambda_{c,i}\, DE_i}\right) + \bar{E}\left(s'_{m,i}\right)$$

Quantité commandée en politique normale (demande exceptionnelle) :

$$c = \bar{E}\left(DE_i \quad \lambda_{c,i}\right)$$

3 - Sous-programme annuel (période D) -

A est donné par le sous-programme des calculs préalables.

On calcule par lissage exponentiel (lissage faible : $\alpha = 0,4$), dans le cas où il n'y a pas de changement de configuration : Λ_c et Λ_r.

On calcule ensuite le niveau ST_m. On a :

$$S_m = \Lambda_r \; DR4$$

$$ST_m = \bar{E}\left(\Lambda_c \; T + A\sqrt{\Lambda_c \; T}\right) + \bar{E}\left(S_m\right)$$

$$NREC4 = ST_m + \Lambda_c \; D \; L$$

La commande à effectuer est :

$$\sum_{1}^{k} \left(NREC_i - r_i\right) + NREC4 - N - C$$

C = Commandes en attente

N = Stock physique

4 - Programme d'explicitation quotidienne (période e) -

a) Les évènements possibles pour un ERS n° i

On part à l'instant initial de certaines valeurs de n_i et r_i, les évènements modifiant les niveaux n_i et r_i sont :

- Passage d'une demande normale de a matériels à l'ERP :

$$\text{---} \quad \begin{cases} n_i = n_i \\ r_i = r_i + a \end{cases}$$

- Passage d'une demande exceptionnelle de a matériels à l'ERP :

$$\text{---} \quad \begin{cases} n_i = n_i + a \\ r_i = r_i + a \end{cases}$$

- Une dépose de a matériels d'un élément utilisateur à l'ERS n° i :

$$\text{---} \quad \begin{cases} n_i = n_i - a \\ r_i = r_i - a \end{cases}$$

- Le temps théorique τ séparant l'instant présent de l'instant d'arrivée d'une commande normale, non encore livrée de a matériels, est passé de $DE_i + e$ à DE_i

$$\text{---} \quad \begin{cases} n_i = n_i + a \\ r_i = r_i \end{cases}$$

- Une commande normale de a matériels est arrivée en magasin avant que le temps théorique τ soit descendu au-dessous de $DE_i + e$

$$\text{---} \quad \begin{cases} n_i = n_i + a \\ r_i = r_i \end{cases}$$

(on fait alors $\tau = 0$, et cette commande n'est plus comptabilitée pour les jours à venir).

Si cette commande était arrivée après que τ soit descendu au-dessous de $DE_i + e$, elle aurait été comptabilisée en :

$$\text{---} \begin{cases} n_i = n_i + a \\ r_i = r_i \end{cases}$$

- a matériels sont envoyés en atelier de réparation 2ème échelon, le délai théorique de réparation étant supérieur à DE_i :

$$\text{---} \begin{cases} n_i = n_i \\ r_i = r_i + a \end{cases}$$

- Le temps théorique τ' séparant l'instant présent de l'instant d'arrivée de a matériels en provenance de l'atelier de réparation, non encore livrés., est passé de $DE_i + e$ à DE_i

$$\text{---} \begin{cases} n_i = n_i + a \\ n_i = n_i \end{cases}$$

- L'arrivée de ces a matériels (délai théorique de réparation supérieur à DE_i) en provenance de l'atelier de réparation 2ème échelon a eu lieu avant que τ' soit descendu en-dessous de $DE_i + e$:

$$\text{---} \begin{cases} n_i = n_i + a \\ r_i = r_i \end{cases} \qquad \text{(on fait alors } \tau' = 0\text{)}$$

- a matériels sont envoyés en atelier de réparation 2ème échelon, le délai théorique de réparation étant inférieur ou égal à DE_i :

$$\text{---} \begin{cases} n_i = n_i + a \\ r_i = r_i + a \end{cases}$$

On a donc les niveaux n_i et r_i à tout instant.

Note :
Les recompletements exceptionnels (dus à l'arrivée d'une livraison du fournisseur ou à un passage d'une politique à une politique moins critique) sont traités, suivant le cas, soit comme des demandes exceptionnelles, soit comme des demandes normales.

b) Les évènements possibles pour l'ERP

Calcul du niveau N :

On part d'un niveau N initial ; les évènements pouvant modifier le niveau N sont :

- une demande normale ou exceptionnelle de un ou plusieurs matériels, soit a matériels :

  ----- N = N - a

- Une arrivée de a matériels en provenance de l'atelier de réparation 4ème échelon :

  ----- N = N + a

- Une livraison de L matériels du fournisseur. Cette livraison sera réellement répartie en a matériels pour les ERS et b matériels pour l'ER
  Pour la commodité des calculs, il vaut mieux (sur le papier) affecter toute cette livraison à l'ERP, donc faire N = N + a + b, puis distribuer les a matériels aux ERS d'où : N = N - a (donc en définitive, N = N + b).
  Ainsi d'après le parag: a), les a matériels seront comptabilisés pour les ERS.

c) Calculs

A chaque unité de temps élémentaire e (enprincipe chaque jour), l'ordinateur du centre de gestion doit effectuer les calculs suivants :

- Calcul de $\hat{\theta}$ au jour considéré :

$\hat{\theta}$ peut être calculé à partir au $\hat{\theta}$ précédent par : $\hat{\theta}_a = \hat{\theta}_p - \frac{e}{U}$

$\hat{\theta}$ peut être réévalué à partir des renseignements provenant du fournisseur.

D'autre part, on doit évaluer $\mathcal{E}(\theta)$:

Si $\theta_a > \mathcal{E}(\theta)$, on prend $\theta = \theta_a$

Si $\theta_a \leqslant \mathcal{E}(\theta)$, on prend $\theta = \mathcal{E}(\theta)$

- Calcul des niveaux caractéristiques de l'ERP

Calcul de N_1

$$m_i = \bar{E}\left(\frac{\lambda_i \theta - (r - NREAP_i)}{\Omega_i}\right)$$

$$\Omega = \sum_1^k m_i \Omega_i$$

$$\alpha = \frac{ha}{4}\left(5 - \frac{\sum_1^k p_i}{k}\right)$$

$$N_1 = \bar{E}\left(\Omega + \alpha\sqrt{\Omega}\right) - E\left(S'_m\right)$$

$$S'_m = \sum_1^k \lambda_i \, t_{2,i} \, (\theta - \Delta_i)$$

Calcul de N_2

$$m'_i = \bar{E}\left(\frac{\lambda_i \theta - (r_i - n_{1,i})}{\Omega'_i}\right)$$

$$\Omega' = \sum_1^k m'_i \Omega'_i$$

$$\beta = \frac{ha}{4}\left(3 - \frac{\sum_1^k p_i}{k}\right)$$

$$N_2 = \overline{E}\left(Q' + \beta\sqrt{Q'}\right) - E\left(S'_m\right)$$

Calcul de N'_1

$$\ell_i = \overline{E}\left(\frac{\lambda_i \theta}{Q_i}\right) - 1$$

$$P = \sum_1^k \ell_i Q_i$$

$$\eta'_1 = \sum_1^k \left(NREC_i - r_i\right) + \overline{E}\left(P + \alpha\sqrt{P}\right) - E\left(S'_m\right)$$

$$\alpha = \frac{ha}{4}\left(5 - \frac{\sum_1^k pr_i}{k}\right)$$

$$N'_1 = \text{Max.}\ \left(N_1 + 1\ ;\ \eta'_1\right)$$

Calcul de N'_2

$$\ell'_i = \overline{E}\left(\frac{\lambda_i \theta}{Q'_i}\right) - 1$$

$$P' = \sum_1^k \ell'_i Q'_i$$

$$\eta'_2 = \sum_1^k \left(n'_{1,i} - r_i\right) + \overline{E}\left(P' + \beta\sqrt{P'}\right) - E\left(S'_m\right)$$

$$\beta = \frac{ha}{4}\left(3 - \frac{\sum_1^k p_i}{k}\right)$$

$$N'_2 = \text{Max.}\ \left(N_2 + 1;\ \eta'_2\right)$$

Calcul de N'_3

$$R = \sum_{1}^{g} \bar{E} (\lambda_i \theta)$$

$$\eta'_3 = \sum_{1}^{k} (n_{2,i} - n_i) + \bar{E} (R + \gamma \sqrt{R}) - E (S''_m)$$

$$N'_3 = \text{Min.} (N_2 - 1, \eta'_3)$$

$$S''_m = \sum_{1}^{g} {}_i \; t_{r,i} (\theta - \Delta_i) \qquad \gamma = h a$$

d) Décisions prises par le centre de gestion :

- Généralités :

L'ordinateur va faire les opérations suivantes :

- un test sur N (et sur L éventuellement) ;
- trouver au moyen des deux tableaux suivants, la politique nouvelle à adopter. Dans chaque case, figure la politique à adopter ;
- appliquer la politique

Test sur N et politique à prendre / N	Politique normale	Politique précritique	Politique critique	Politique de pénurie totale
$N \geqslant N'_1$	Politique normale	Politique normale	-	-
$N_1 \leqslant N < N'_1$	Politique normale	Politique précritique	-	-
$N'_2 \leqslant N < N_1$	Politique précritique	Politique précritique	Politique précritique	-
$N_2 \leqslant N < N'_2$	Politique précritique	Politique précritique	Politique critique av. ravitaillem^{t}	-
$N'_3 \leqslant N < N_2$	Politique critique	Politique critique	Politique critique av. ravitaillem^{t}	-
$0 < N < N'_3$	-	Politique critique	Politique critique	-
$N = 0$	-	-	Politique de pénurie totale	Politique de pénurie totale

Test sur L

Les niveaux N_1, N_2, N'_1, N'_2, N'_3 sont ici calculés avec θ' et non plus (on fait en effet $\theta = 0$)

L / Politique actuelle	Politique normale	Politique précritique	Politique critique	Politique de pénurie totale
$L \geqslant N'_1 - N$	Politique normale	Politique normale	Politique normale	Politique normale
$N_1 - N \leqslant L < N'_1 - N$	Politique normale	Politique précritique	Politique précritique	Politique précritique
$N'_2 - N \leqslant L < N_1 - N$	Politique précritique	Politique précritique	Politique précritique	Politique précritique
$N_2 - N \leqslant L < N'_2 - N$	Politique précritique	Politique précritique	Politique critique av. ravitaillem^t	Politique critique avec un ravitaillement
$N'_3 - N \leqslant L < N_2 - N$	Politique critique	Politique critique	Politique critique av. ravitaillem^t	Politique critique avec un ravitaillement
$0 < L < N'_3 - N$	Politique critique	Politique critique	Politique critique	Politique critique

- Politique normale

. Pour les ERS :

. si à la suite d'un "évènement" r_i passe de $r_i > NREAP_i$ à $r_i = NREAP_i - m$ $(m > 0)$ --- Une demande normale de $Q_i + m$ doit être passée

. si à la suite d'un "évènement" n_i passe de $n_i > n_{2,i}$ à $n_i = n_{2,i} - m$ $(m > 0)$ --- Une demande exceptionnelle de $m + c$ matériels doit être passée

. Pour l'ERP :

Toutes les demandes normales ou exceptionnelles passées pour les ERS sont immédiatement satisfaites.

- Politique préventive

. Pour les ERS :

. aucune demande normale de matériels n'est passée quant r_i passe de $r_i > NREAP_i$ à $r_i < NREAP_i$

. si à la suite d'un "évènement" n_i passe de $r_i > n_{1,i}$ à $r_i = n_{1,i} - m$ $(m > 0)$ --- une demande exceptionnelle de $m + Q_i$ matériels doit être passée

. si à la suite d'un "évènement" n_i passe de $n_i > n_{2,i}$ à $n_i = n_{2,i} - m$ $(m > 0)$ --- une demande exceptionnelle de $m + c$ matériels doit être passée.

. Pour l'ERP :

Toutes les demandes exceptionnelles de matériels passées pour les ERS sont satisfaites.

- Politique critique

. Pour les ERS :

. aucune demande normale de matériels n'est passée quand r_i passe de $r_i > NREAP_i$ à $r_i < NREAP_i$

. aucune demande exceptionnelle de matériels n'est passée quand r_i passe de $r_i > n_{1,i}$ à $r_i < n_{1,i}$

: aucune demande exceptionnelle de matériels n'est passée par un ERS de priorité différente de 1 lorsque n_i passe de $n_i > n_{2,i}$ à $n_i < n_{2,i}$

. si à la suite d'un "évènement" le niveau n_i d'un ERS de priorité 1 passe de $n_i > n_{2,i}$ à $n_{2,i} - m$ $(m > 0)$ une demande exceptionnelle de $m + 1$ matériels doit être passée.

. Pour l'ERP :

L'ERP ne satisfait que les demandes exceptionnelles de matériels passées par des ERS de priorité 1.

- Politique critique avec un ravitaillement

Idem que la politique critique simple, mais les ERS de priorité 2 et 3 passent des DEM (une fois seulement) pour compléter, si nécessaire, leurs niveaux n_i jusqu'aux niveaux $n_{2,i} + 1$. L'ERP satisfait ces demandes.

- Note

. Dans le cas particulier d'une livraison, le recomplètement des ERS se fait, soit entièrement par DEM, soit (dans le cas d'un recomplètement jusqu'au $NREC_i$) par DEM jusqu'à $n_{1,i}$ et le reste par commande normale.

TROISIEME PARTIE

IIIème PARTIE

APPLICATION A UN CAS CONCRET

GESTION DU MATERIEL DE L'ARMEE DE L'AIR

A - Généralités -

1 - Données et hypothèses -

La gestion des stocks de l'Armée de l'Air constitue un problème à quatre niveaux : les éléments utilisateurs EU, l'élément ravitailleur secondaire ERS, l'élément ravitailleur principal ERP et l'industrie.

Lorsque le problème complet de l'Armée de l'Air a été abordé, plusieurs études de base avaient déjà été faites, notamment : "l'estimation de la demande moyenne" et "la gestion des matériels réparables" (cette dernière étude était une étude très grossière, mais appliquée dans le cadre d'une gestion automatisée).

Voici donc les caractéristiques essentielles de cette gestion, étant donné que l'hypothèse de base est une politique dite en temps normal (ni pénurie, ni guerre).

- Pour chaque matériel, il est établi une consommation moyenne λ_i (nombre de déposes) pour une période de un mois et pour l'ERS n° i, λ_i pouvant être de plusieurs unités pour les matériels de forte ou moyenne demande, ou au contraire, peut être < 2 pour les matériels de faible ou très faible demande.

Ces déposes se produisant suivant un phénomène aléatoire, on suppose (et cela est en général très bien vérifié) que les déposes obéissent à une loi de Poisson de paramètre λ_i.

- Il a été défini pour chaque ERS, deux niveaux appelés :

  . Niveau de Réapprovisionnement NREAP

  . Niveau de Recomplètement NREC.

Le niveau NREAP a été fixé pour tous les matériels à une couverture de 98 % d'un mois de consommation - NREAP = $\lambda + 2\sqrt{\lambda}$

Le niveau NREC a été fixé, suivant les catégories de matériels, à 1 ou 3 mois de consommation moyenne au-dessus de NREAP, afin que les commandes de l'ERS à l'ERP se fassent, en moyenne, tous les mois ou tous les trois mois. :

$$NREC = 2\ \lambda + 2\sqrt{\lambda} \quad \text{ou} \quad 4\ \lambda + 2\sqrt{\lambda}$$

- Politique normale de gestion :

Définition de r : niveau (ou ressources) de l'ERS :

r n'est pas le stock physique, c'est-à-dire le matériel en magasin au dépôt secondaire, r représente les ressources ; c'est donc la somme de :

  . le stock physique

  . les commandes en attente, devant arriver de l'ERP

  . les matériels en attente des ateliers de réparation 2ème échelon

  . moins les dus éventuels aux éléments utilisateurs d'où :

r = S. Phy. + C. att. + M. A. Rep. - dû

Partant à l'origine du niveau NREC, le niveau de l'ERS baisse pour atteindre le NREAP.

Quand r = NREAP, on passe une commande à l'ERP d'une quantité Ω = NREC - NREAP (1) ; le stock physique continue à baisser

---

(1) si par hasard il y avait eu, au moment où r passe par NREAP, plusieurs déposes au même moment, il convient d'ajouter à Ω le nombr de déposes supplémentaires, c'est-à-dire que si r passe le même jour de NREAP + 1 à NREAP - m Ω = NREC - NREAP + m

jusqu'à l'arrivée de la commande qui se fera après un délai de livraison de commande normale soit D.N. (on a supposé dans la pratique que DN = 1 mois)

Au cas où il y aurait des phénomènes extérieurs donnant lieu à une brusque augmentation de ou retardant la livraison de la Demande Normale de Matériel (D.N.M.) et entraînant un niveau r inférieur à 0, on a recours à la Demande Exceptionnelle de Matériel (D.E.M.) de durée de livraison DE (on a supposé dans la pratique que DE = 15 jour

- Quant à la politique de l'ERP, celui-ci reçoit des livraisons de l'industrie, livraisons dont il passe commande tous les ans et qu'il reçoit en moyenne 1 ans 1/2 plus tard.

- Quand les ERS font une commande à l 'ERP, celui-ci les satisfait jusqu'à ce qu'il soit "à sec", il y a dans ce cas rupture de stock au 4ème échelon.

2 - Problème posé -

- Le texte du problème initialement posé était celui-ci :

"Politique de la gestion des ERP et ERS lorsque les stocks sont
" devenus insuffisants. En cas de pénurie et lorsqu'il s'agit d'un
" article intéressant plusieurs ERS faisant l'objet de priorités
" opérationnelles différentes, quelle politique adopter ?
" Il serait souhaitable de disposer de règles simples permettant
" en gestion automatisée de donner à l'ordinateur le programme
" optimum.

- A l'analyse, le problème posé nécessitait une étude plus vaste où il fallait résoudre les problèmes suivants :

  . trouver une politique plus souple, plus adaptée, permettant une gestion normale avec des consommations moyennes très faibles ;

  . pour éviter des ruptures de stock fréquentes, il fallait modifier la procédure DEM ;

- il fallait ensuite résoudre le problème posé ;

- il fallait le compléter par une politique de recomplètement de l'ERP et des ERS à l'arrivée d'une livraison par le fournisseur.

La résolution de ce problème a donc été l'origine de cette thèse dont l'essentiel est exposé dans la deuxième partie.

B - Simplification des calculs qui ont été effectués dans la IIème Partie

Il n'était pas question (cela aurait duré trop longtemps et cela aurait coûté trop cher) de faire tous les calculs qui ont été abordés dans la deuxième partie de cette thèse.

D'autre part, on devait tenir compte du fait qu'une politique automatisée était déjà actuellement en vigueur pour environ 2 000 matériels.

En conséquence, nous n'avons pas abordé le problème du calcul de la quantité Q_i et de la probabilité p_i correspondante; cette quantité Q_i ayant été fixée arbitrairement à un mois de consommation totale moyenne, soit :

$$Q_i = \bar{E} \ (\lambda_i)$$

puisque telle avait été la formule utilisée dans l'ancienne politique. D'autre part, on l'avait tout d'abord considérée comme formule donnant les niveaux de réapprovisionnement et de recomplètement de chacune des bases des formules dans lesquelles figuraient λ_i au lieu de $\lambda_{c,i}$, ceci était, comme on vient de le voir dans la deuxième partie, une erreur qui a d'ailleurs été corrigée par la suite.

On a pris pour tous les ERS: $a_i = 2$

On a pris également pour tous les ERS (ce qui était suffisamment exact) : $DN_i = 1$ mois $DE_i = 1/2$ mois.

On a considéré deux niveaux de ressources :

- le niveau r dans lequel on prenait en compte tous les matériels en réparation dans la base, et tous les matériels en transit entre le dépôt central et le dépôt secondaire ;

- le niveau des ressources n correspondant à un délai $DE_i = 1/2$ mois.

Ceci correspond bien aux niveaux qui ont été définis dans la deuxième partie, puisque l'on a pour les bases de l'Armée de l'Air DR2 toujours inférieur à 1/2 mois.

On a pris $A = 2$. Le niveau de recomplètement de l'ERP considéré dans cette étude est légèrement différent de celui proposé dans la deuxième partie de cette thèse. Ceci afin d'être en harmonie avec les niveaux qui existaient déjà.

Le niveau de recomplètement était surestimé (il comprenait sous le radical figurant dans la formule, non seulement $\Lambda_c T$, mais aussi $\Lambda_c DL$ et $\Lambda_r DR4$).

Ce stock supplémentaire qui a été introduit dans cette formule s'est effectivement révélé être inutile à l'examen de la simulation qui a été faite de la politique de gestion (voir plus loin le sous-chapitre IV).

De même, dans le calcul des niveaux caractéristiques N_1, N_2, N'_1, N'_2, N'_3 on avait surestimé ces niveaux en ne soustrayant pas $E(S'_m)$ lorsque $t_{2,i}$ était petit. La simulation a montré que cette surestimation était également inutile.

C - Organigramme de la gestion proposée pour l'Armée de l'Air

Aux quelques légères différences près signalées dans le sous-chapitre précédent, le résumé de la politique de gestion est quasi identique à celui donné pour la solution définie dans la deuxième partie.

On trouvera ci-joint l'organigramme détaillé du programme défini pour cette politique de gestion.

D - Simulation de la Politique -

Du fait de la simplification qui a été apportée, il fallait tester cette politique, c'est-à-dire faire une simulation sur ordinateur de la gestion qui a été définie, pour différents matériels, sur des périodes assez longues, pour vérifier que l'on obtenait bien un taux de rupture de stock inférieur, ou au plus égal, au taux demandé.

J'ai écrit le programme correspondant. Nous avons testé 6 matériels différents représentatifs, chacun 2 fois durant une période de 10 ans.

Les résultats de cette simulation sont plus que probants : en effet le taux de rupture de stock (c'est-à-dire le nombre de jours durant lesquels il y a eu rupture de stock) est :

- pour les ERS de priorité 1 :
  quasi nul pour tous les matériels ;

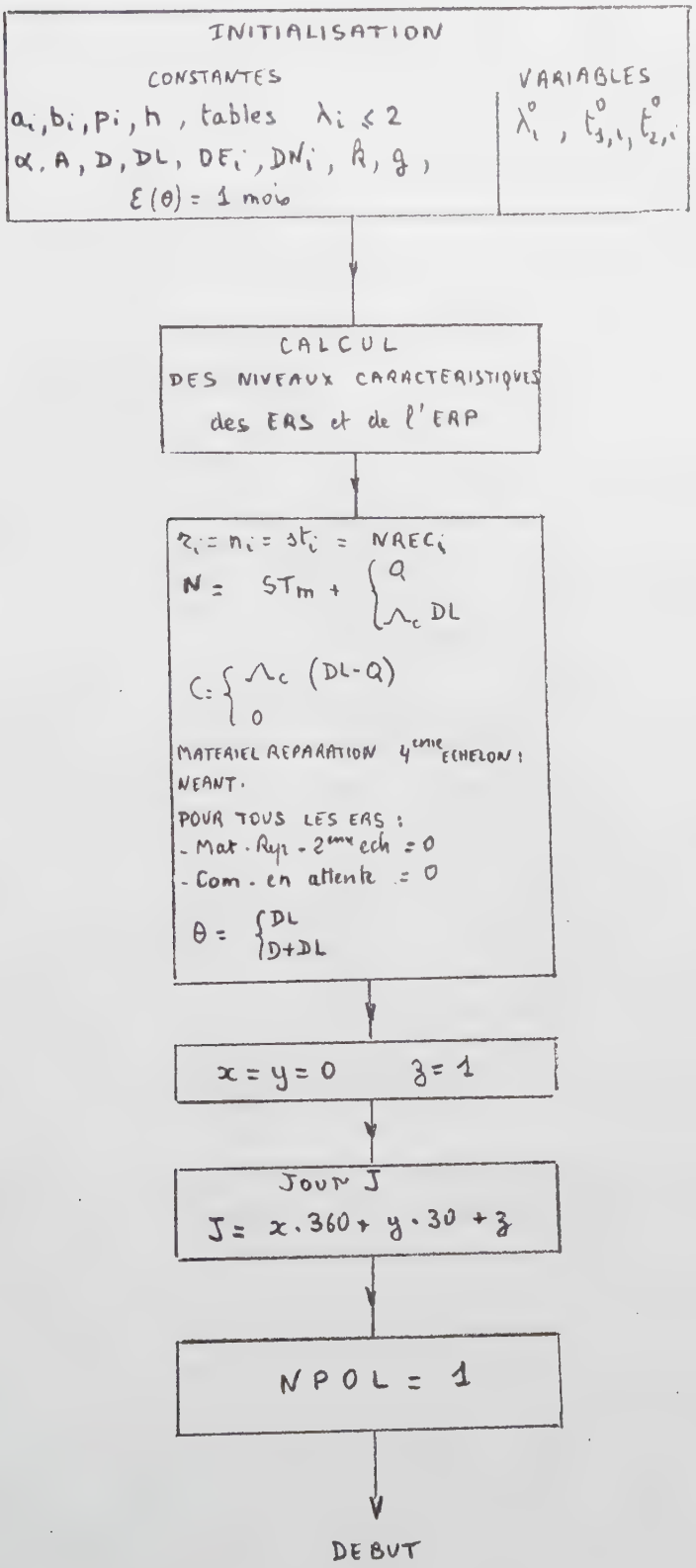
- pour les ERS de priorité 2 et 3 :
  pour 5 de ces matériels ce taux est très faible (0, 5 %) ;
  pour 1 matériel), Ce taux avoisinne 1, 5 %.

Ceci montre bien que le niveau NREC4 a été surestimé. Le taux est à comparer avec les 5 ou 10 % de rupture de stock qui étaient obtenus avec la politique grossière qui avait tout d'abord été envisagée.

ANNEXES

ORGANIGRAMME GENERAL

GESTION DES STOCKS DE L'ARMEE DE L'AIR



NPOL : numéro de la politique

1 : politique normale

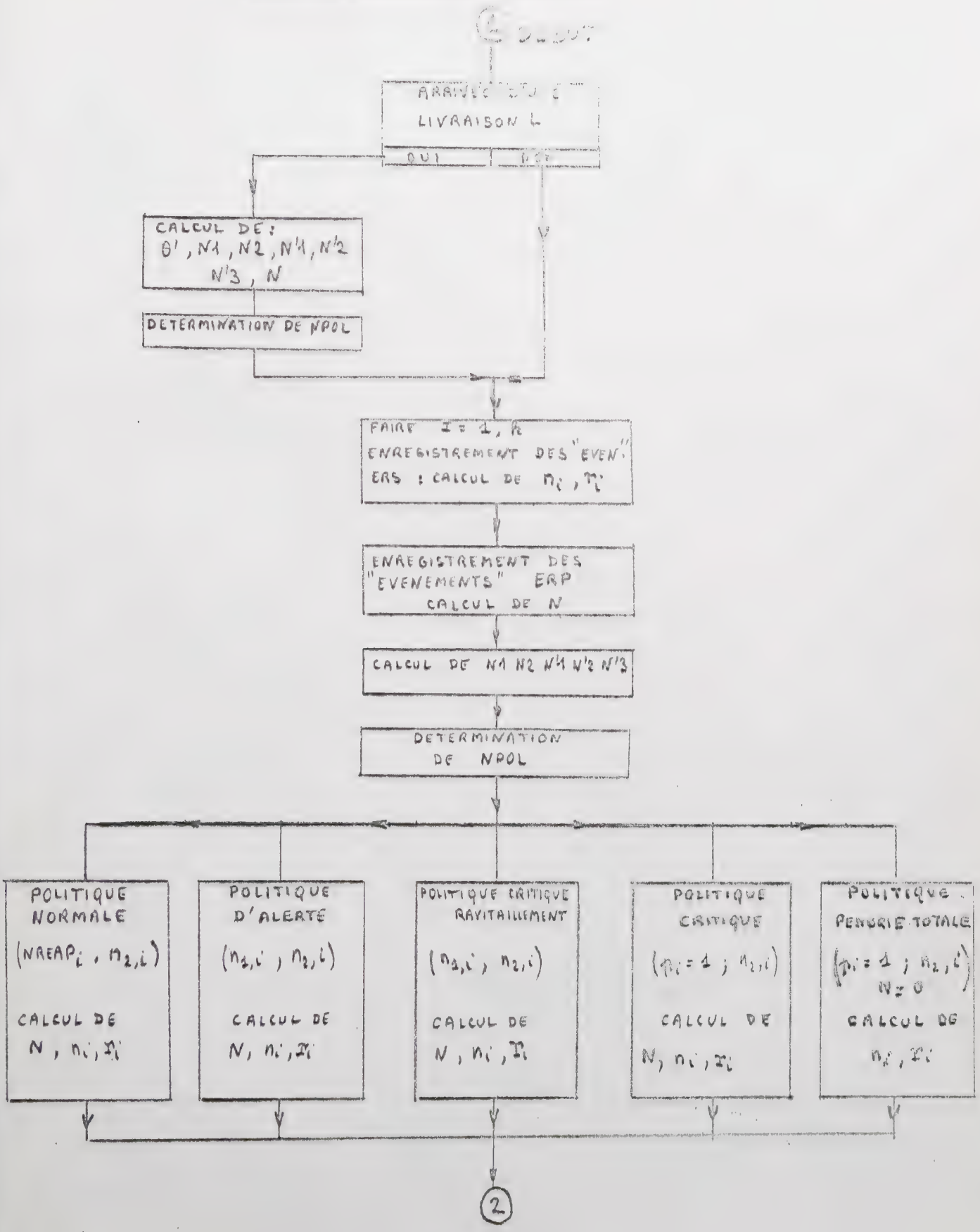
2 : " alerte

3 : " critique avec ravitaillement

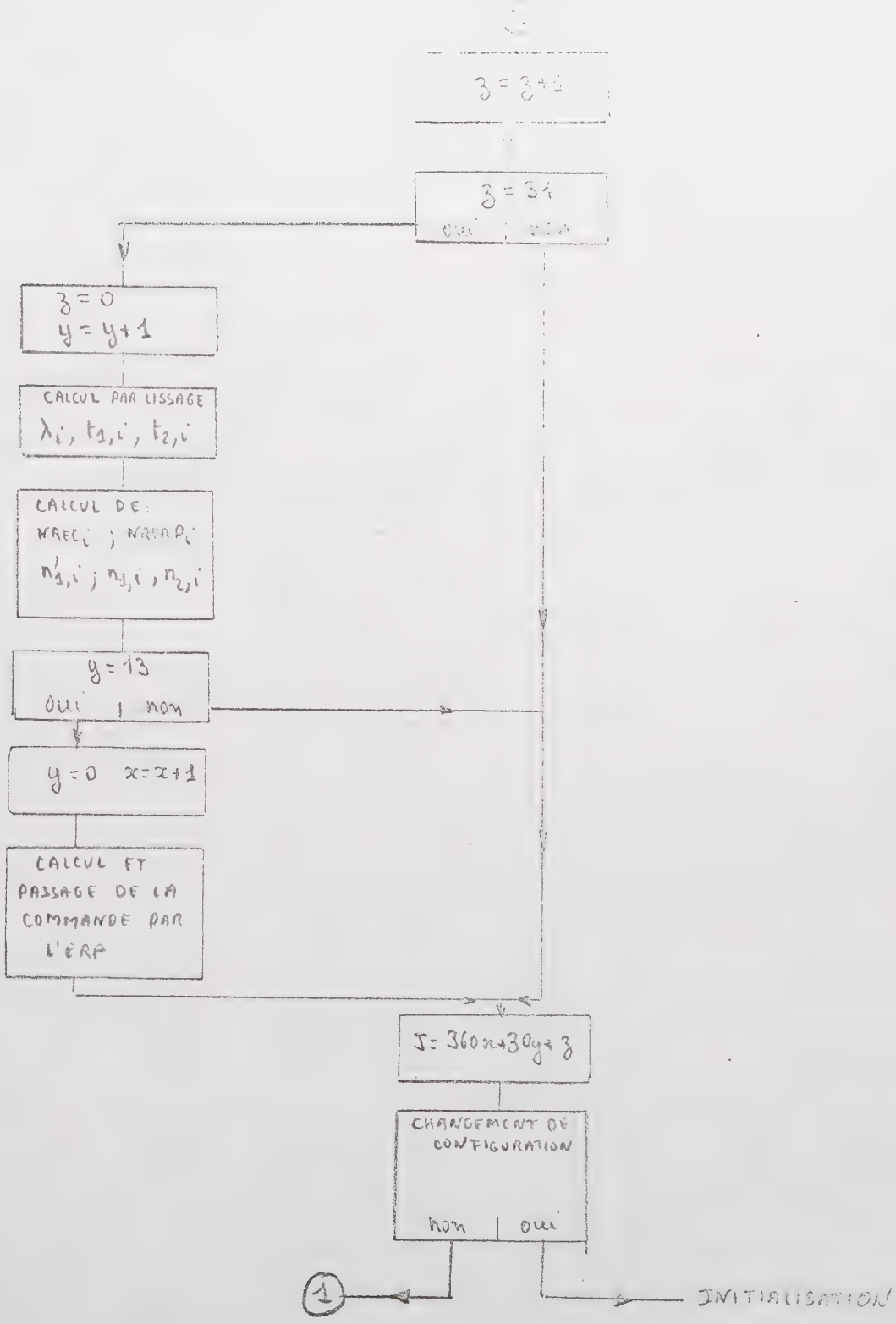
4 : " critique

5 : " pénurie totale

ORGANIGRAMME GENERAL (Suite 1)

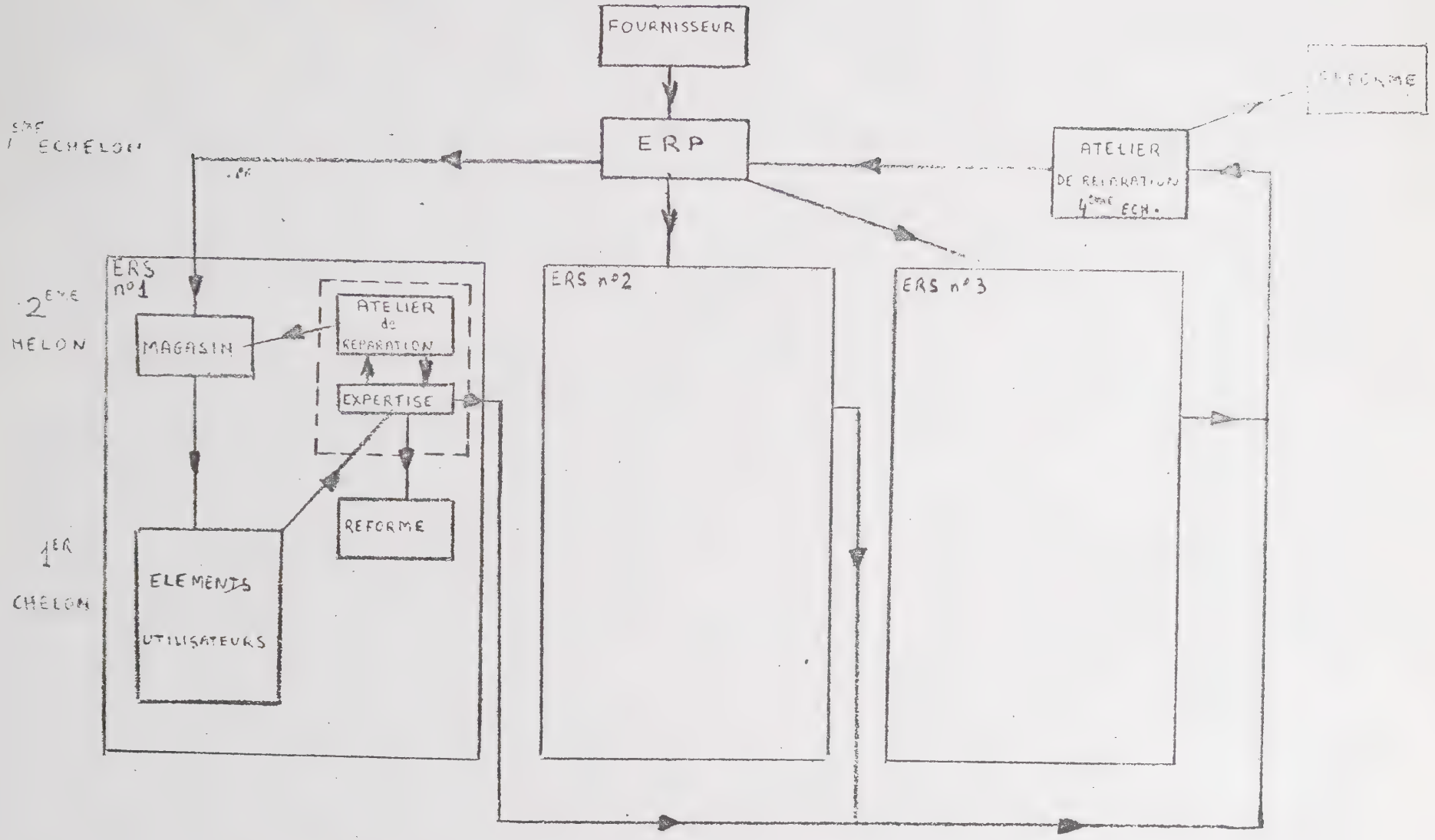


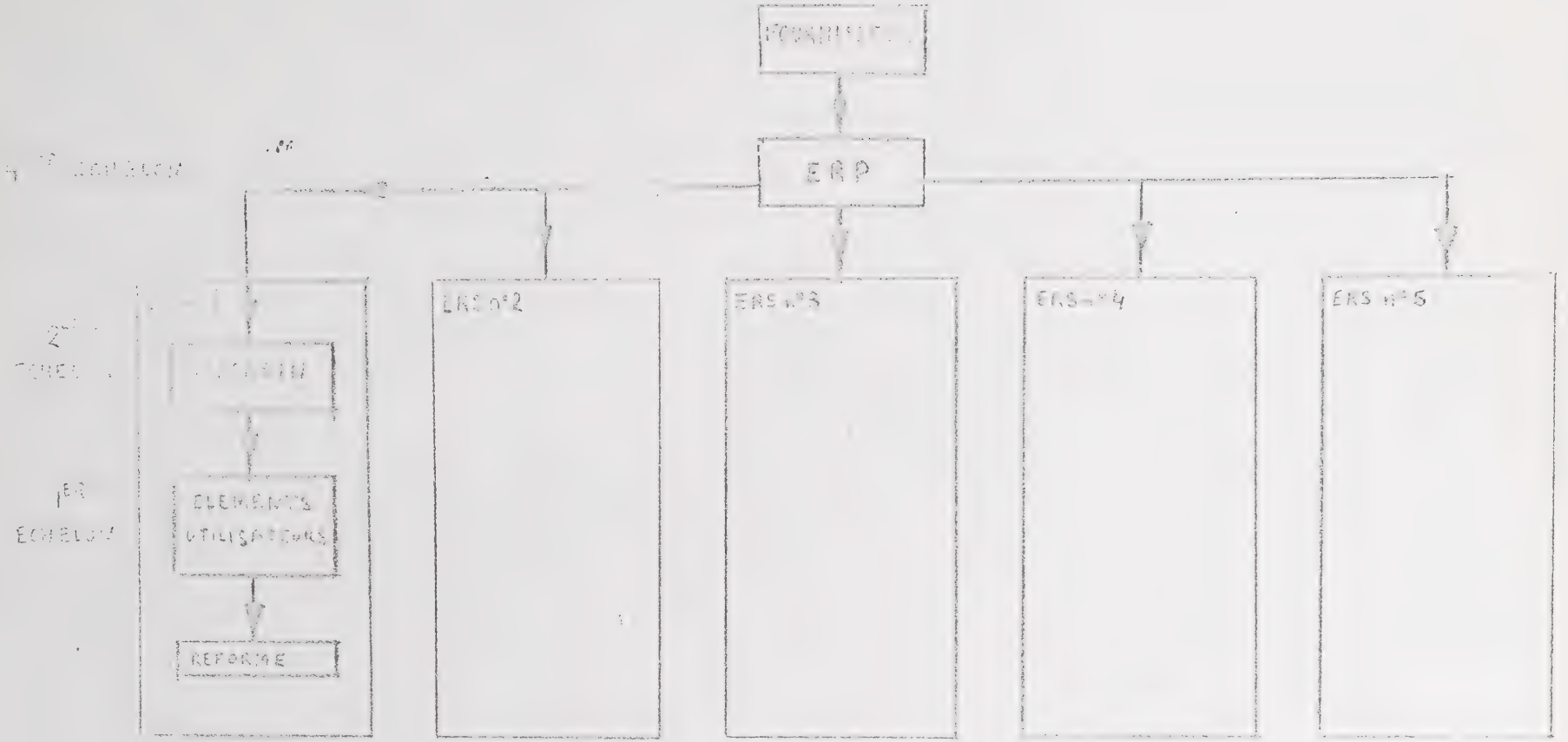
ORGANIGRAMME GÉNÉRAL (suite)



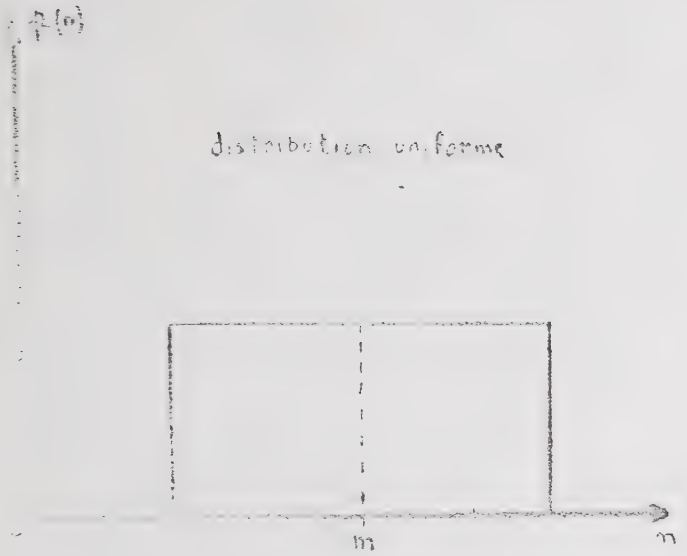
ANNEXE I

MATERIELS REPARABLES

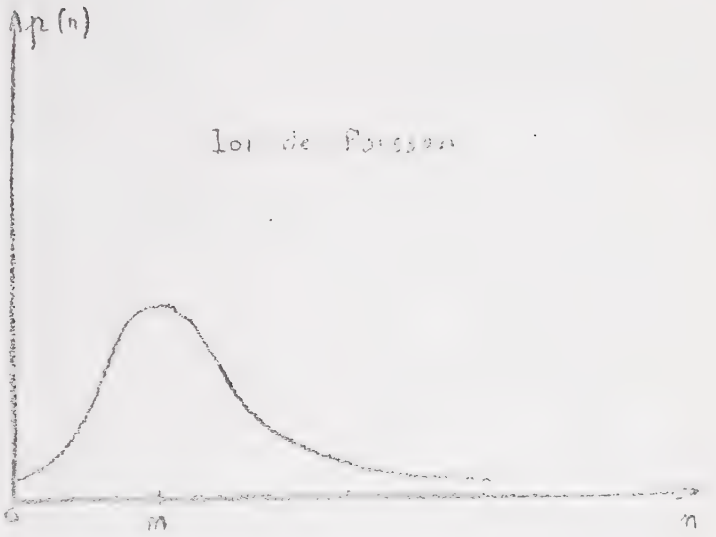



ERP
ELEMENTS
UTILISATEURS
REFORME
ERS n°2
ERS n°3
ERS n°4
ERS n°5

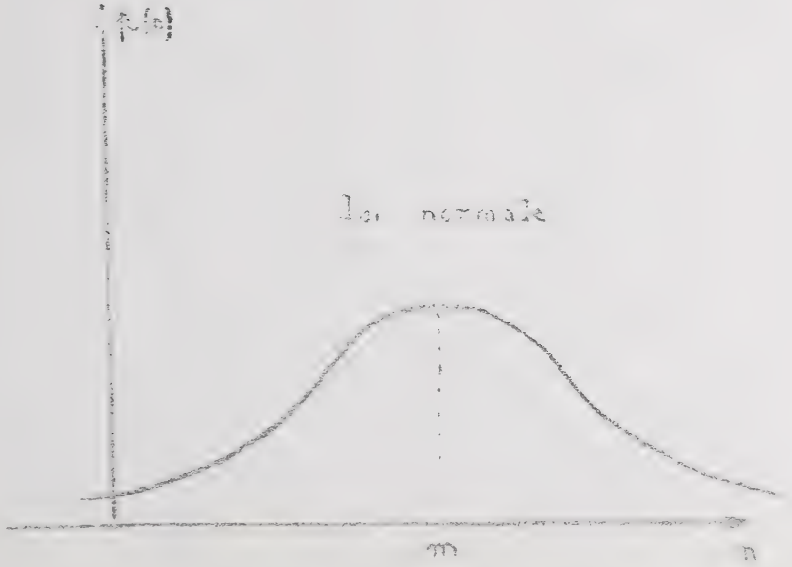
DISTRIBUTIONS



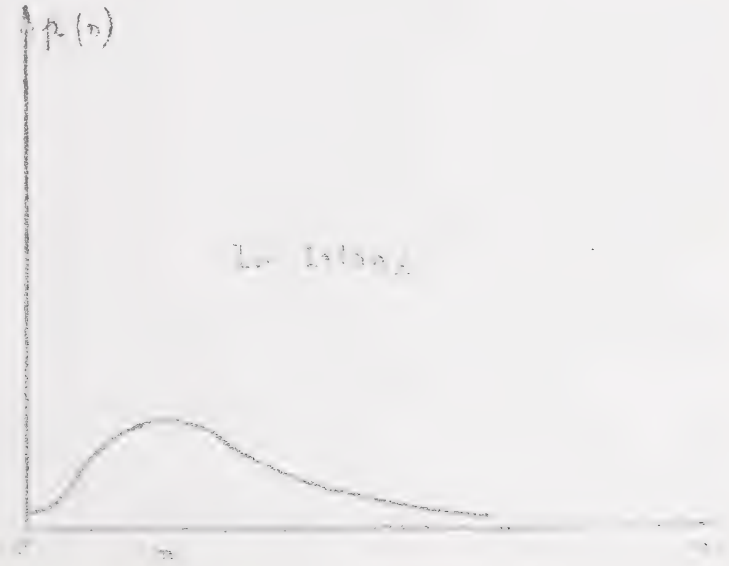
Distribution uniforme



Loi de Poisson

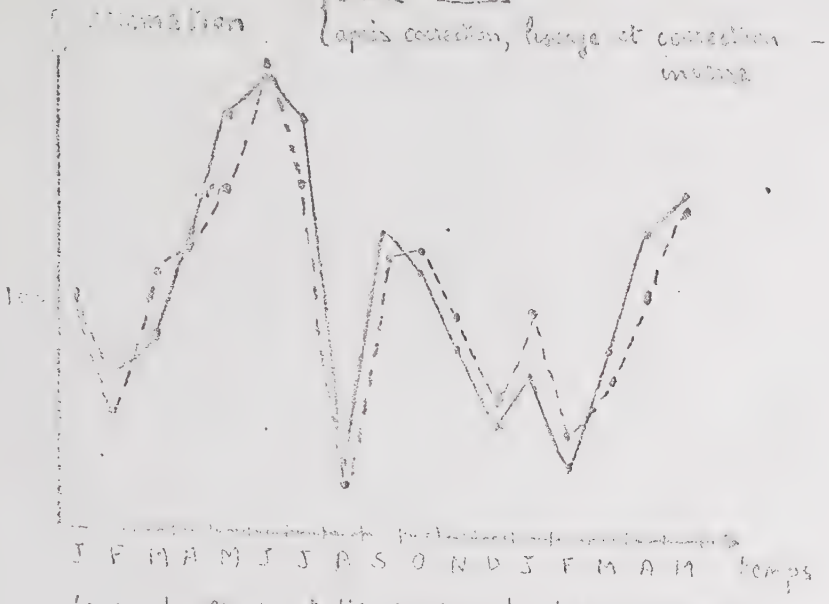


Loi normale

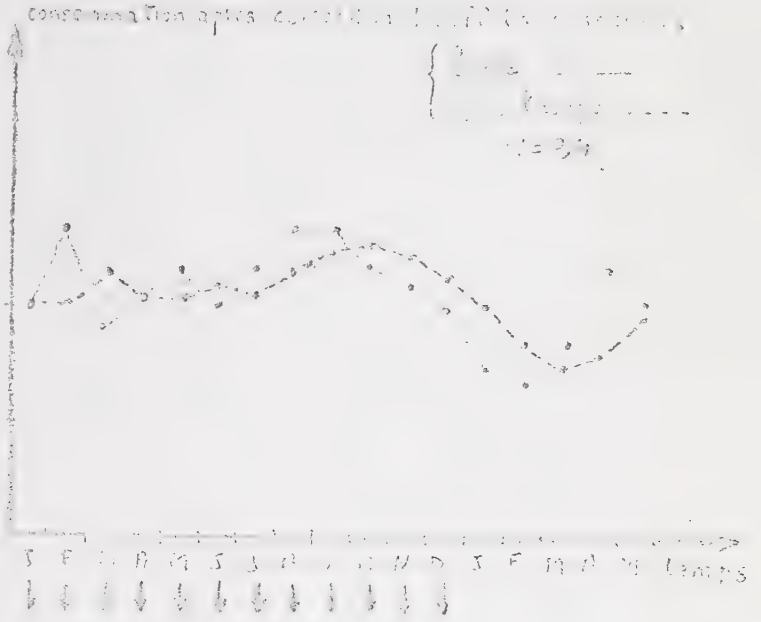


Loi binomiale

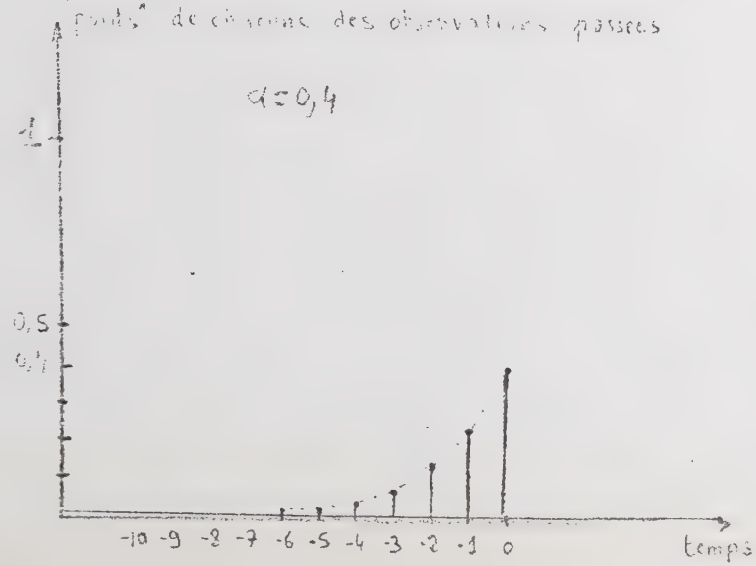
LISSAGE EXPONENTIEL



La courbe en pointillé représente les prévisions
L'exactitude obtenue est assez remarquable



Indices mensuels Sa... 25 6. 20 Mo 25 No re 75 Fe



λ_{n+1} prévisions pour la période n+1

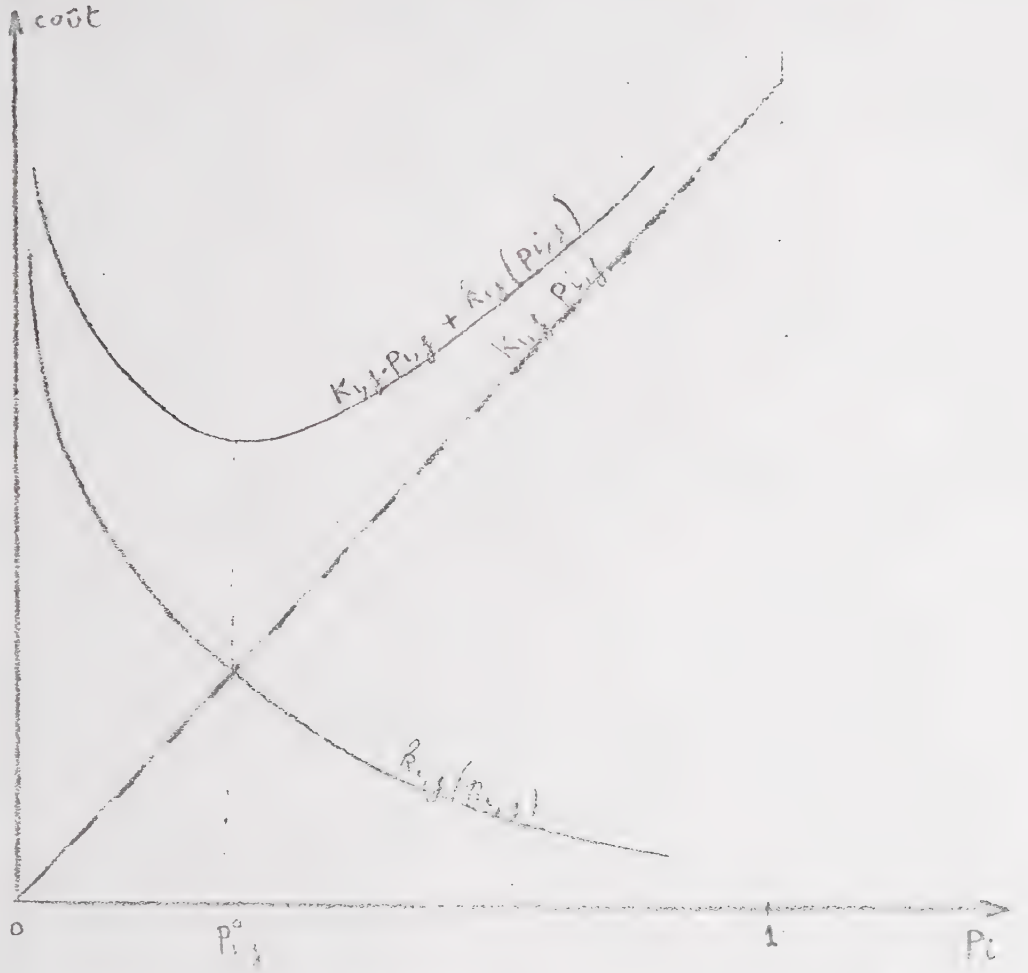
λ_n " " " " n

c_n consommation observée au cours de la période n

$$\lambda_{n+1} = \lambda_n + \alpha (c_n - \lambda_n) = \alpha c_n + (1-\alpha)\lambda_n$$

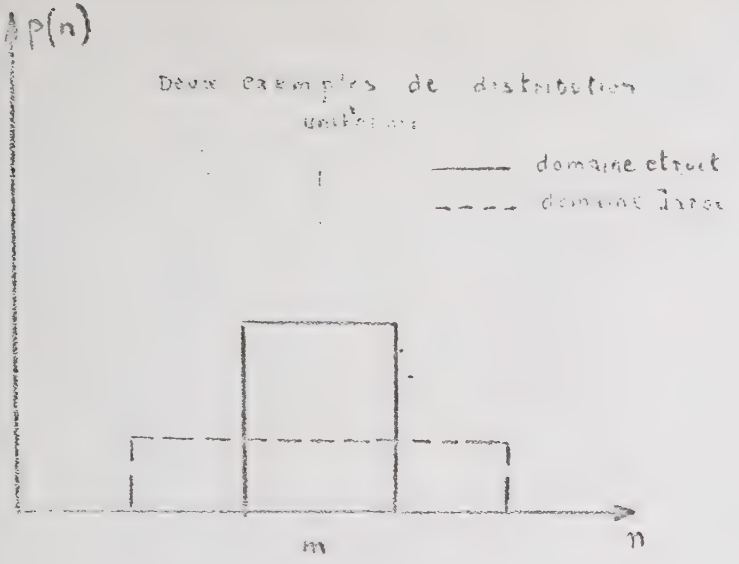
ou

$$\lambda_{n+1} = \alpha \left[c_n + (1-\alpha) c_{n-1} + \quad + (1-\alpha)^{\frac{1}{2}} c_{n-\frac{1}{2}} + \quad + (1-\alpha)^n \lambda \right.$$

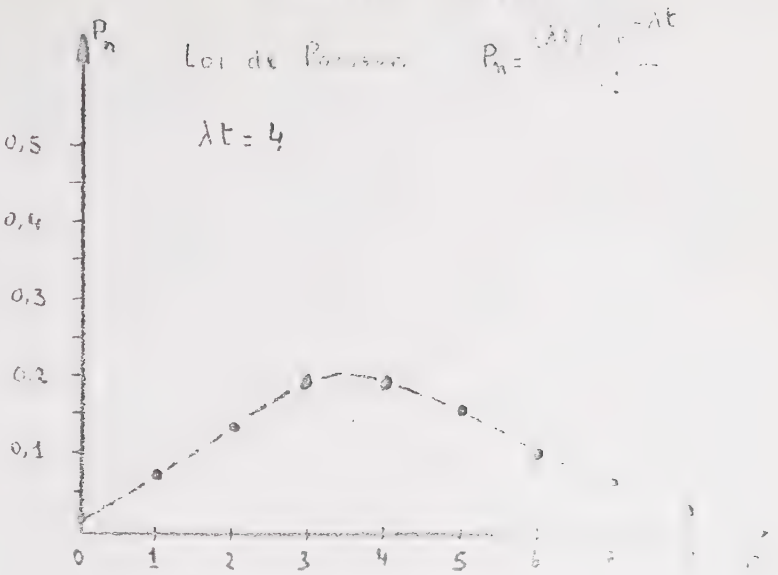


On a supposé la quantité $Q_{i,j}$ commandée périodiquement connue et donnée.

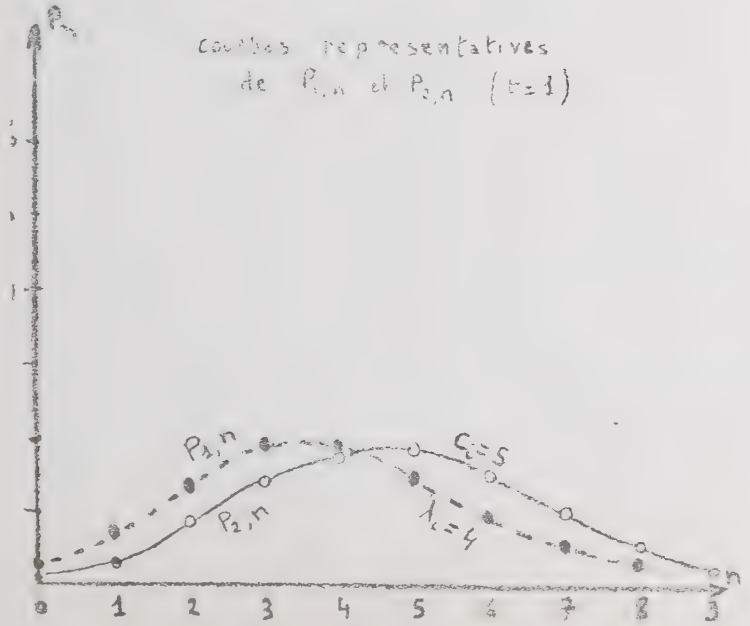
L'étude complète de la détermination de $P_{i,j}^{\circ}$ et $Q_{i,j}$ est faite à la fin du chapitre I de la 2ème PARTIE (Annexe XI)



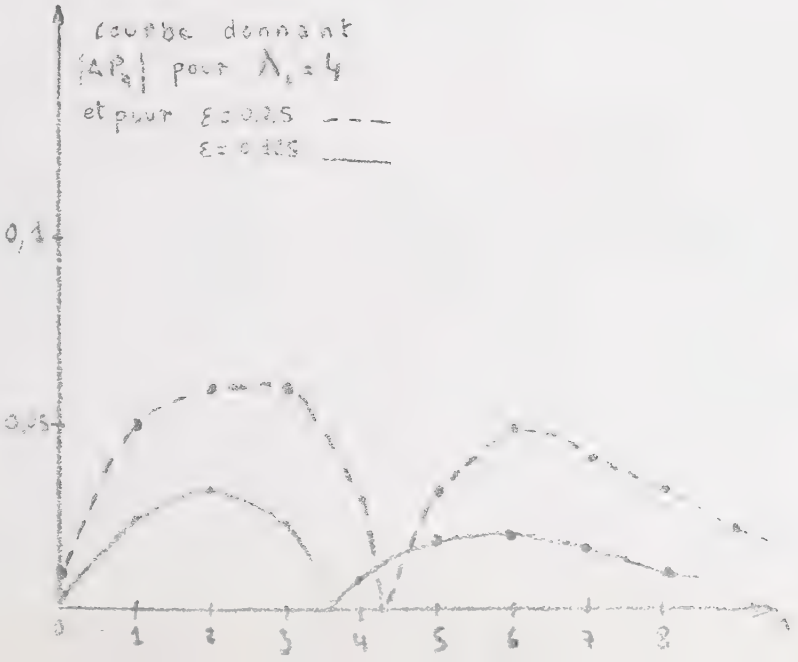
ANNEXES VI, VII, VIII,

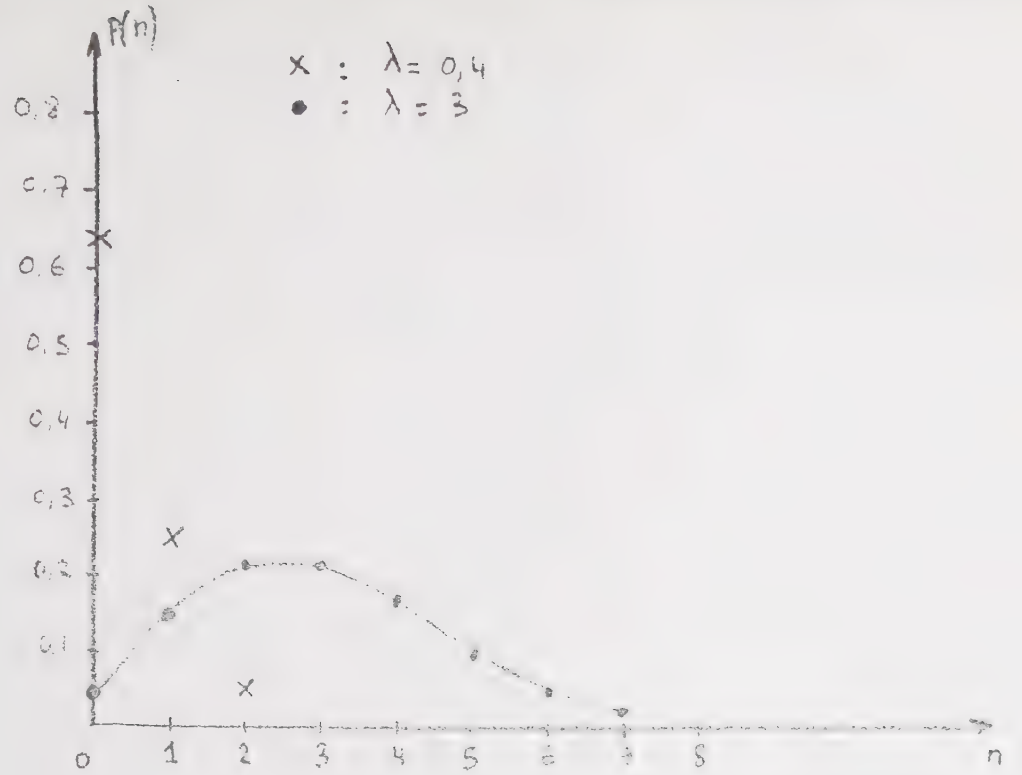


Annexe VII



Annexe

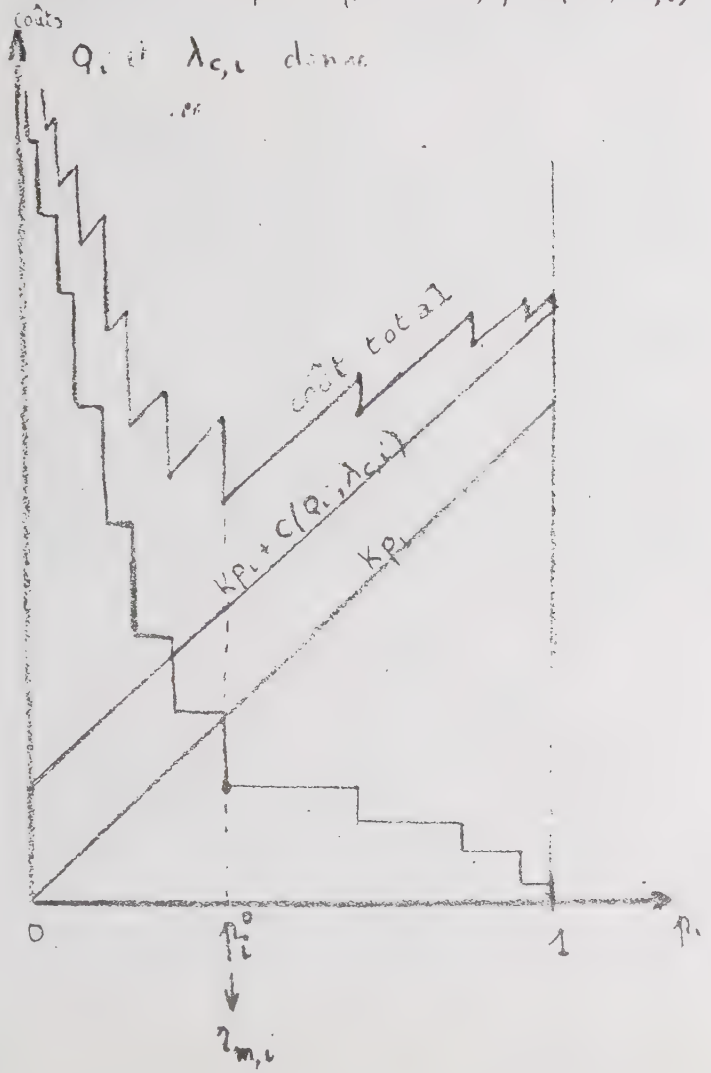




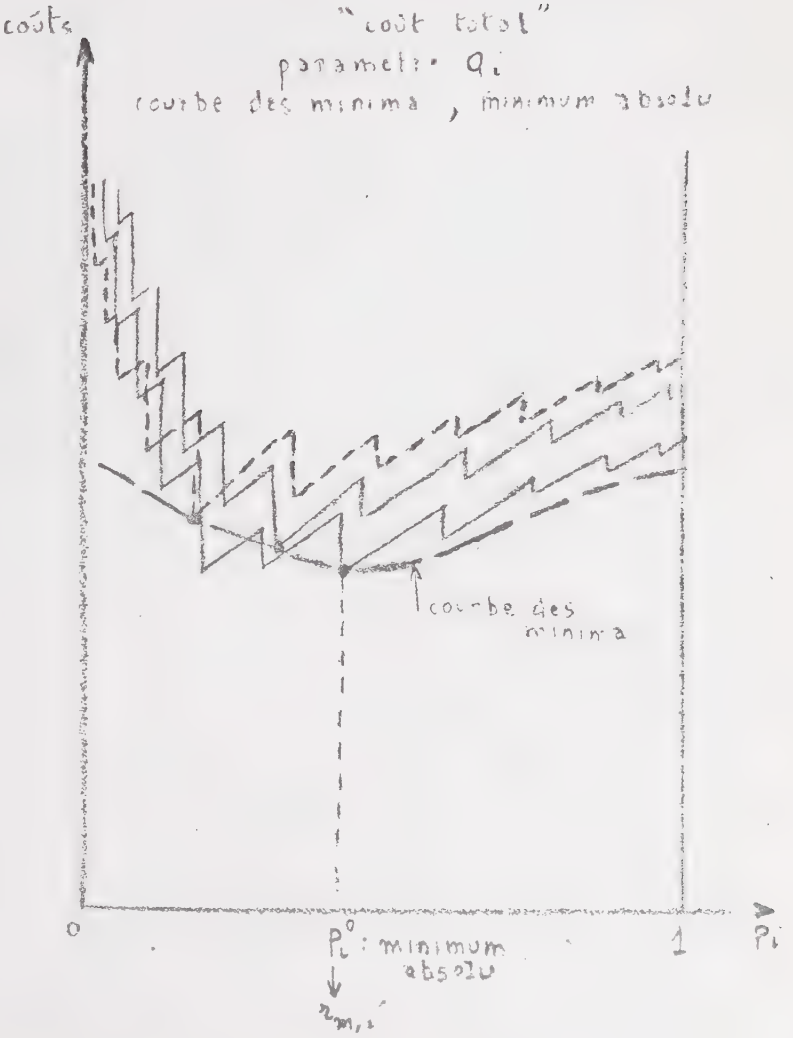
$\lambda_i < 2$
$q_i = 0,02$

λ_i	2		1,5		1		0,5		0,2		$< 0,1$
m	5	5	4	4	3	3	2	2	1	1	1 – 0

détermination du minimum de $K p_i + h(p_i, q_i, \lambda_{c,i}) + C(q_i, \lambda_{c,i})$



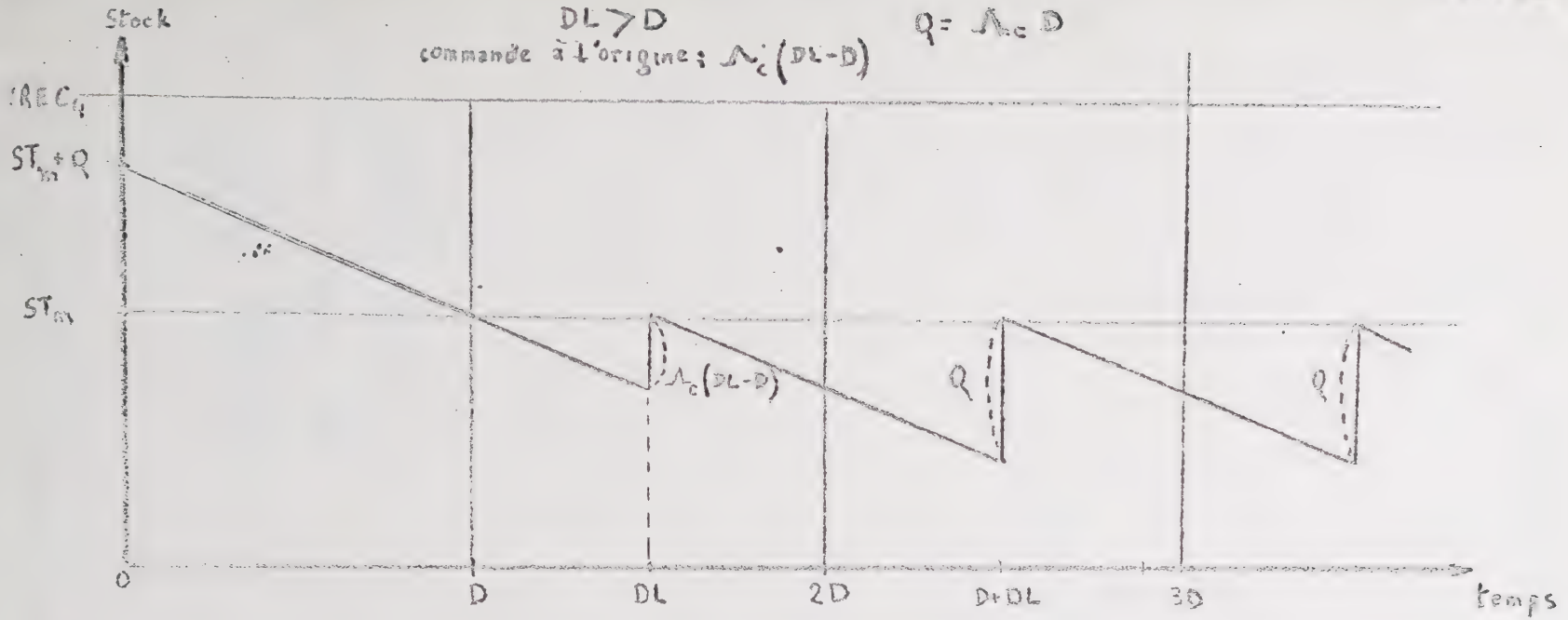
Réseau des courbes "coût total"

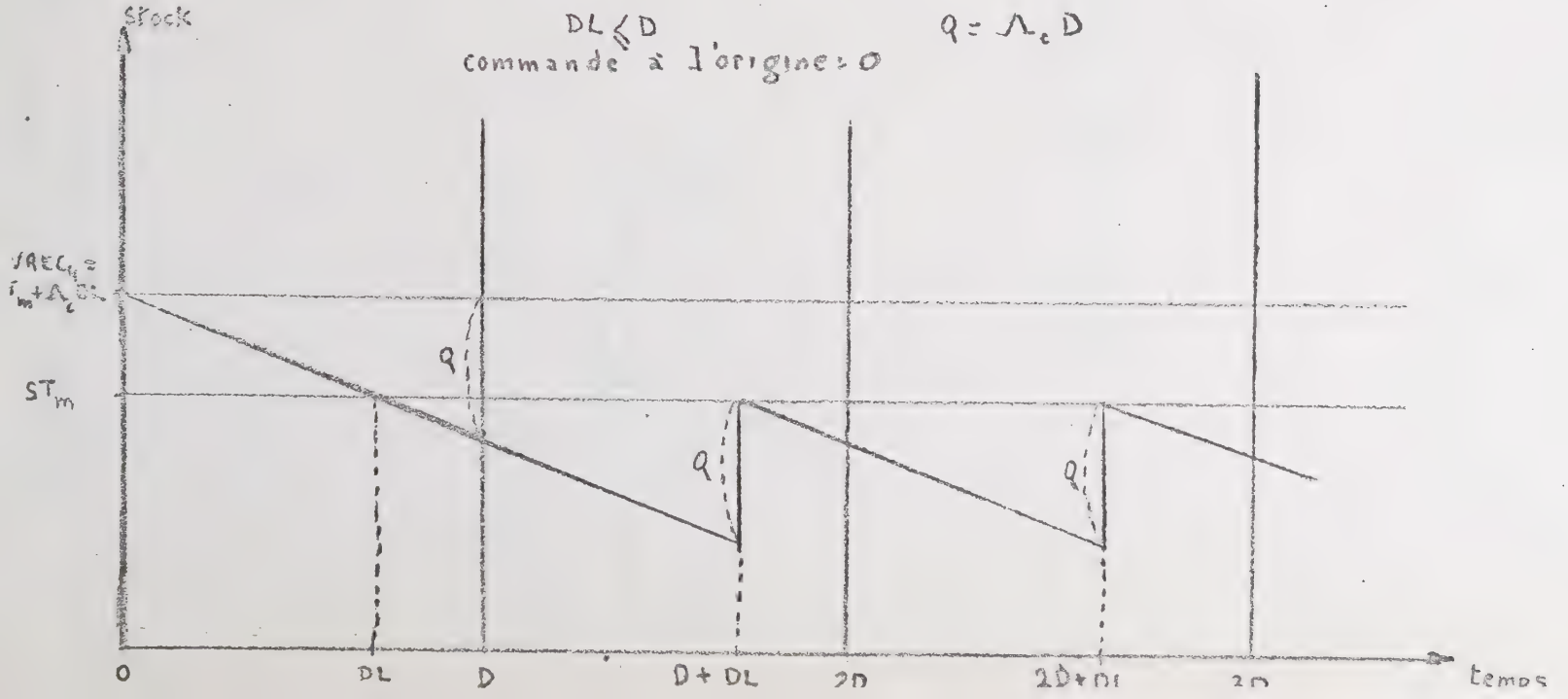


TABLES DES NIVEAUX POUR $\lambda_i \leq 2$

1ère table : $t_{1,i} = 0$ (matériel non repéré au 2ème échelon) q_i (NREAP) = 0,02

Niveaux \ λ_i	2		1,5		1		0,8		0,5		0,35		0,2		0,12		0,08
NREC$_i$	7	7	6	6	4	4	4	4	3	3	3	3	2	2	2	2	2
NREAP$_i$	5	5	4	4	3	3	3	3	2	2	2	2	1	1	1	1	1
$n'_{1,i}$	5	5	4	4	4	4	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2	1
$n_{1,i}$	4	4	3	3	3	3	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	0
$n_{2,i}$	3	3	3	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	0	0	0


Stock
DL > D
commande à l'origine : $\Lambda_c(DL-D)$
$q = \Lambda_c D$
REC_q
$ST_m + Q$
ST_m
$\Lambda_c(DL-D)$
Q
Q
0
D
DL
2D
D+DL
3D
temps


Stock
DL ≤ D
commande à l'origine : 0
$q = \Lambda_c D$
$REC_q =$
$I_m + \Lambda_c DL$
ST_m
q
q
q
0
DL
D
D + DL
2D
2D+DL
3D
temps

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

LES LANGAGES DE SIMULATION.

Vu et approuvé

Paris, le 10-5-1966

Le Doyen de la Faculté des Sciences de Paris

Marc Zamansky

Vu
et permis d'imprimer

Le Recteur de l'Académie de Paris

Jean Roche

S.F.C. 17.5.(4)